

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
ELÉTRICA**

Antonio Adrian Martinez Gavilan

**DESPACHO DE POTÊNCIA ATIVA COM RESTRIÇÕES
DE CONTROLE SECUNDÁRIO DE TENSÃO**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Roberto de Souza Salgado, Ph.D.

Florianópolis

2016

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**DESPACHO DE POTÊNCIA ATIVA COM RESTRIÇÕES
DE CONTROLE SECUNDÁRIO DE TENSÃO**

Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa Catarina para
obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica

ANTONIO ADRIAN MARTINEZ GAVILAN

Florianópolis, Agosto 2016

Antonio Adrian Martinez Gavilan

**DESPACHO DE POTÊNCIA ATIVA COM RESTRIÇÕES
DE CONTROLE SECUNDÁRIO DE TENSÃO**

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 25 de agosto de 2016



Prof. Roberto Salgado, Ph.D – Orientador




Prof. Marcelo Lobo Heldwein, Dr. – Coordenador do Curso

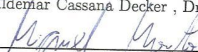
BANCA EXAMINADORA



Prof. Hans Helmut Zörn, Ph.D – (UFSC)



Prof. Idemar Cassana Decker, Dr. (UFSC)



Prof. Miguel Moreto, Dr. (UFSC)

Agradecimentos

Agradeço ao professor, orientador Dr. Roberto de Souza Salgado pela orientação, dedicação, confiança e paciência durante todo o processo de elaboração desta dissertação de mestrado.

Aos meus pais, Ceferino Martinez e Rumilda Gavilan pelas orações e incentivos em todo momento.

Ao meu amigo e companheiro Carmo pela ajuda dada no momento decisivo para conclusão deste trabalho.

*A perfeição não é alcançada quando não há mais nada a
ser incluído, mas sim quando não há mais nada a ser
retirado*

Antoine de Saint-Exupéry

Resumo

O *Controle Secundário de Tensão (CST)* utiliza informações regionais para modificar adequadamente os controladores, com o objetivo de ajustar a magnitude da tensão das barras piloto nos valores de referência e uniformizar as margens de potência reativa nas diferentes áreas de controle do sistema elétrico. A estratégia de controle hierárquico de tensão tem sido implementada em vários países (Itália, França, Bélgica, Espanha, Romênia, etc), com resultados bastantes satisfatórios como mostra a literatura. Neste trabalho, propõe-se um modelo de *Fluxo de Potência Ótimo (FPO)* para determinar soluções de *Despacho de Potência Ativa* considerando restrições de CST.

Resultados com sistemas testes de diferentes portes, especificamente os sistemas da *IEEE 30 Barras* e *New England 39 Barras* são utilizados de forma a ilustrar as principais características da metodologia proposta. Esses resultados enfatizam as vantagens do CST e possibilitam observar aspectos favoráveis deste tipo de estratégia.

Palavras-chave: Fluxo de Potência Ótimo, Controle Secundário de Tensão, Métodos de Pontos Interiores.

Abstract

Secondary Voltage Control (SVC) uses the regional information to suitably modify the controllers, in order to adjust the magnitude of the pilot bus voltage in benchmarks and standardize the reactive power margins in the different electrical system control areas.

Hierarchical Automatic Voltage Control strategy has been implemented in several countries (Italy, France, Belgium, Spain, Romania, etc.), with many satisfactory results as shown in the literature.

In this paper, we propose a model of *Optimal Power Flow (OPF)* to determine Active Power Dispatching solutions considering SVC restrictions.

Results with different sizes of test systems, specifically the IEEE systems 30 bus and New England 39 bus are used to illustrate the main features of the proposed methodology. These results emphasize the advantages of the SVC and allows to observe less favorable aspects of this type of strategy.

Keywords: Optimal Power Flow, Secondary Voltage Control, Interior Point Methods.

Lista de Figuras

Figura 2.1 – Controle do Tipo Centralizado.	28
Figura 2.2 – Controle do Tipo Descentralizado.	28
Figura 2.3 – Esquema Elétrico para Estudo.	29
Figura 2.4 – Diagrama Fasorial da Equação 2.6.	30
Figura 2.5 – Diagrama Fasorial da Equação 2.7.	32
Figura 2.6 – Relação Entre a Tensão e Potência.	32
Figura 2.7 – Estrutura Hierárquica de Controle Manual de Tensão.	37
Figura 3.1 – Estrutura de Controle Hierárquico de Tensão.	42
Figura 3.2 – Sistema Exemplo.	45
Figura 3.3 – Relação Entre as Tensões Terminais dos Geradores V_2/V_1 e o parâmetro α/β (Referência [19]).	48
Figura 3.4 – Curva PV - (Referência [24]).	49
Figura 3.5 – Índice de Estabilidade (Referência [24]).	49
Figura 5.1 – Sistema Teste IEEE 30 Barras.	77
Figura 5.2 – PT no Sistema - IEEE 30 Barras.	79
Figura 5.3 – PT nas Áreas de Controle - IEEE 30 Barras.	80
Figura 5.4 – GPR e FPR - IEEE 30 Barras.	81
Figura 5.5 – GLPR - IEEE 30 Barras.	82
Figura 5.6 – GPA e FPA - IEEE 30 Barras.	83
Figura 5.7 – PET - IEEE 30 barras.	84
Figura 5.8 – Valor de Função objetivo - IEEE 30 barras.	85
Figura 5.9 – Sistema New England 39 Barras.	86
Figura 5.10 – PT no Sistema - New England 39 Barras.	88
Figura 5.11 – PT nas Áreas de Controle - New England 39 Barras.	89
Figura 5.12 – GPR e FPR - New England 39 Barras.	90
Figura 5.13 – GLPR - New England 39 Barras.	91
Figura 5.14 – GPA e FPA - New England 39 Barras.	92
Figura 5.15 – PET - New England 39 Barras.	93
Figura 5.16 – Valores da Função objetivo - New England 39 Barras.	93

Lista de Tabelas

Tabela 5.1 – Dimensões dos Sistemas Testes.	77
Tabela 5.2 – Áreas de Controle - IEEE 30 Barras.	78
Tabela 5.3 – Geradores Síncronos Participantes do CST.	78
Tabela 5.4 – Capacidade das Unidades Geradoras.	78
Tabela 5.5 – Áreas de Controle - New England 39 Barras.	86
Tabela 5.6 – Geradores Síncronos Participantes do CST.	87
Tabela 5.7 – Capacidade de Unidades Geradoras.	87
Tabela A.1 – Dados de Linhas - IEEE 30 Barras	104
Tabela A.2 – Dados dos Geradores - IEEE 30 Barras	105
Tabela A.3 – Dados de Barras - IEEE 30 Barras I	106
Tabela A.4 – Dados de Barras IEEE 30 Barras II	107
Tabela B.1 – Dados de Linhas New England 39 Barras	110
Tabela B.2 – Dados dos Geradores New England 39 Barras	111
Tabela B.3 – Dados de Barras New England 39 Barras I	112
Tabela B.4 – Dados de Barras New England 39 Barras II	113

Sumário

1	Introdução	21
1.1	Considerações Gerais	21
1.1.1	Controle de Tensão	21
1.1.2	Controle Secundário de Tensão	22
1.2	Objetivos do Trabalho	23
1.3	Estrutura do Trabalho	23
2	Controle de Tensão e Potência Reativa	25
2.1	Introdução	25
2.2	Estados Operativos de um Sistema Elétrico	26
2.3	Estruturas de Controle Existentes	27
2.4	Relação Entre Tensão e Potência Reativa	28
2.5	Influência da Potência Reativa nas Perdas Elétricas	32
2.6	Reserva de Potência Reativa	33
2.7	Dispositivos Típicos Para Controle de Tensão	33
2.7.1	Reguladores Automáticos de Tensão	34
2.7.2	Transformadores com Tap Variável	34
2.7.3	Banco de Capacitores	35
2.7.4	Banco de Reatores	35
2.8	Esquemas de Controle de Tensão Existentes	36
2.8.1	Controle Manual de Tensão	36
2.8.2	Controle Automático de Tensão	37
2.9	Comentários Finais	38
3	Controle Secundário de Tensão	41
3.1	Introdução	41
3.2	Principais Características	43
3.2.1	Seleção de Áreas de Controle e Barras Piloto	43
3.2.2	Seleção dos Dispositivos de Controle Participantes	44
3.2.3	Vantagens e Limitações	44
3.2.4	Efeito na Estabilidade de Tensão	47
3.3	Principais Esquemas em Operação	50
3.3.1	Implementação na França	50
3.3.2	Implementação na Itália	50

3.4	Comentários Finais	51
4	Implementação Proposta	53
4.1	Introdução	53
4.2	Modelagem do Sistema Elétrico	53
4.3	Fluxo de Potência com Restrições de CST	54
4.4	Modelagem da Função Objetivo	55
4.4.1	Potência Ativa Pré-especificada	56
4.4.2	Fatores de Ponderação	57
4.5	Modelagem das Restrições de Igualdade	57
4.6	Modelagem das Restrições de Desigualdade	58
4.7	Modelagem do Problema de Otimização	59
4.7.1	Modelagem do Caso Base	59
4.7.2	Modelagem do Caso 1	60
4.7.3	Modelagem do Caso 2	61
4.8	Implementação do Método de Otimização	63
4.8.1	Variáveis de Otimização	63
4.8.2	Restrições de Igualdade	64
4.8.3	Restrições de Desigualdade	65
4.8.4	Função Lagrangeana	67
4.8.5	Condições de Karush-Kuhn-Tucker	68
4.8.6	Solução Vía Método de Newton Raphson	69
4.8.7	Atualização das Variáveis	71
4.8.8	Critérios de Convergência	72
4.9	Comentários Finais	73
5	Resultados Numéricos	75
5.1	Introdução	75
5.2	Principais Objetivos	76
5.3	Sistemas Testes Para Estudo	76
5.4	Resultados IEEE 30 Barras	77
5.4.1	Análise do Perfil de Tensão	78
5.4.2	Análise da Geração de Potência Reativa	79
5.4.3	Análise da Reserva de Potência Reativa	82
5.4.4	Análise da Geração de Potência Ativa	82
5.4.5	Análise das Perdas Elétricas	84
5.4.6	Análise da Função Objetivo	84
5.4.7	Comentários Finais	85
5.5	Resultados New England 39 Barras	86
5.5.1	Análise do Perfil de Tensão	88
5.5.2	Análise da Geração de Potência Reativa	89

5.5.3	Análise da Reserva de Potência Reativa	90
5.5.4	Análise de Geração de Potência Ativa	91
5.5.5	Análise das Perdas Elétricas	93
5.5.6	Análise da Função Objetivo	93
5.5.7	Comentários Finais	94
6	Conclusões	95
6.1	Considerações Finais	95
6.2	Sugestões de Trabalhos Futuro	96
	Referências	99
	Apêndice A <i>Sistema IEEE 30 Barras - Dados do Sistema</i>	103
	Apêndice B <i>Sistema New England 39 Barras - Dados do Sistema</i>	109
	Apêndice C <i>Métodos de Pontos Interiores para Solução de FPO</i>	115
	Apêndice D <i>Redução do Sistema Linear</i>	121

1 Introdução

1.1 Considerações Gerais

1.1.1 Controle de Tensão

As centrais de geração de energia estão acopladas ao laço de controle relacionado com a tensão do sistema. Esta tensão deve ser mantida dentro de limites mínimos e máximos permitidos para garantir a segurança do sistema de forma que a potência transmitida seja de uma qualidade razoável. O nível de tensão de um sistema elétrico de potência está estreitamente relacionado ao balanço de potência reativa, sendo que o consumo elevado de reativos, devido a linhas carregadas ou motores de indução, tende a diminuir a tensão do sistema, enquanto o fornecimento de potência reativa de linhas com cargas baixas ou bancos de capacitores, por exemplo, tendem a aumentar a tensão do sistema. Por esses motivos, as centrais de geração de energia são capazes de gerar ou consumir potência reativa através de seus geradores síncronos. Estes equipamentos podem operar de forma a monitorar e corrigir flutuações perigosas de tensão [12].

O regulador de tensão mede a tensão nos terminais do gerador em outros pontos escolhidos no sistema, comparando as medidas com um valor de referência e ajusta a corrente de excitação do gerador adequadamente, o qual controla a energia reativa gerada ou absorvida pela unidade geradora. Normalmente, o sistema de potência é operado de forma que as quedas de tensão nas linhas sejam pequenas. Dessa forma, as tensões nas barras do sistema são quase iguais (perfil plano de tensão). Nesta situação, o sistema de transmissão é efetivamente aproveitado, inicialmente para transmissão de potência ativa e não para a potência reativa.

Por outro lado, o módulo da tensão pode ser controlado para valo-

res desejados pelo controle da potência reativa. O aumento da produção de potência reativa pode trazer tensões mais altas, próximas das fontes de geração, e um aumento no consumo de potência reativa provoca tensões mais baixas.

Enquanto que os geradores síncronos produzem integralmente a potência ativa, existem vários geradores ou consumidores de potência reativa no sistema. A potência reativa, em comparação à potência ativa, não pode ser transmitida por longas distâncias, causando elevadas perdas na transmissão.

1.1.2 Controle Secundário de Tensão

Quando implementados esquemas de *Controle Secundário de Tensão CST*, o sistema de potência é dividido em áreas de controle para cada uma das quais um conjunto de unidades geradoras, denominadas geradores de regulação, são selecionados para monitorar o nível da magnitude da tensão de uma determinada barra, denominada barra piloto. Dessa forma, o CST coordena automaticamente os recursos de potência reativa, de forma a estabelecer um nível da magnitude da tensão satisfatória, com uma adequada margem de potência reativa dos dispositivos de controle de tensão. Isto permite manter um nível de tensão adequado no sistema de transmissão quando a carga varia (na escala de tempo horária) e/ou após eventuais modificações na topologia do sistema [8, 21].

Dois aspectos são fundamentais para a eficiência do CST. O primeiro é a seleção da barra piloto. As barras piloto estão associadas a zonas eletricamente compactas e sua magnitude de tensão é suposta ser a melhor representação do perfil de tensão da área. Uma vez selecionadas, são mantidas nesta função para qualquer condição de operação. O segundo aspecto diz respeito à seleção das barras de regulação, cujas principais funções são controlar a magnitude da tensão das barras piloto e manter uma margem adequada de potência reativa. Isto é realizado através de um esquema de controle, tal que todos os geradores que participam do CST em uma área operam com a mesma proporção do seu limite mínimo ou máximo de geração de potência reativa.

Nesta dissertação de mestrado é suposto que as barras piloto e os geradores de regulação são previamente selecionados e informados para efeito de simulação numérica.

1.2 Objetivos do Trabalho

Os principais objetivos e contribuições desta dissertação são sintetizados a seguir:

- Apresentar os aspectos básicos do controle de tensão e potência reativa.
- Mostrar os diversos aspectos do *Controle Secundário de Tensão (CST)*, caracterizando suas peculiaridades, filosofia de operação e vantagens de sua aplicação.
- Obter *Despachos de Potência Ativa* com ou sem presença de esquemas de CST, avaliando as vantagens de sistemas que operam sob esquemas de CST.
- Avaliar o novo perfil de tensão do sistema, as perdas elétricas na transmissão e as reservas de potência reativa na presença de esquemas de CST.

1.3 Estrutura do Trabalho

Esta dissertação está dividida em seis capítulos, resumidos a seguir:

- **Capítulo 2:** São apresentados os fundamentos básicos envolvidos no controle de tensão e potência reativa.
- **Capítulo 3:** É discutido o assunto do *Controle Secundário de Tensão (CST)*, apresentando as principais características quando implementados.
- **Capítulo 4:** São apresentados os detalhes da implementação proposta, caracterizando os vários casos de estudo.
- **Capítulo 5:** Apresenta-se os resultados obtidos nos sistemas testes *IEEE 30 barras* e *New England 39 barras*. São utilizados gráficos e histogramas para melhor visualização e entendimento dos dados obtidos.
- **Capítulo 6:** São discutidas as principais conclusões logradas no decorrer do trabalho. Na sequência, são propostos sugestões para trabalhos futuros na mesma área de pesquisa.

2 *Controle de Tensão e Potência Reativa*

2.1 Introdução

No início da geração de eletricidade, os controles implementados representavam sistemas rudimentares, primitivos e de pequeno porte. Requisitos em relação à qualidade da energia não eram tão elavados como na atualidade. Conforme o passar do tempo, o sistema foi se expandindo em tamanho, aumento das cargas foram observados e maiores demandas na qualidade de fornecimento da energia elétrica foram requeridos [11, 12, 23].

Desvios da frequência e magnitude da tensão são indicativos do nível de qualidade do suprimento de energia elétrica. Devido a isto, os sistemas de potência são operados de forma a manter o balanço de potência ativa e reativa em cada barramento. Isto garante uma frequência constante e um perfil de tensão adequado.

Até um passado recente, pouca importância era dada à possibilidade de um *Controle Centralizado de Potência Reativa-Tensão*, devido à pouca influência que esta representa no aspecto econômico da operação. Entretanto, restrições econômicas e questões ambientais têm limitado os investimentos na expansão do sistema de transmissão, provocando a operação de equipamentos cada vez mais próximos de seus limites operativos. Uma solução encontrada de forma a transmitir maiores blocos de energia e contornar os problemas de investimentos foi o uso de *Equipamentos de Compensação Reativa* [14, 18]. No entanto, problemas de estabilidade de tensão próximos à condição normal de operação foram observados quando instalados estes equipamento no sistema. Dessa forma, a necessidade de operar o sistema de potência com os seus componentes no limite de capacidade enfatizou a importân-

cia de se manter a magnitude da tensão num nível satisfatório. Além disso, a disponibilidade de uma reserva de potência reativa em casos de contingências tornou-se importante sob o ponto de vista de segurança do sistema.

O suprimento de potência reativa pode ser realizado no primeiro momento através das unidades geradoras até os pontos de consumo fazendo-se uso da rede elétrica para transmissão da potência reativa. Entretanto, esta forma de operação não é recomendada, caracterizando uma operação pouco eficiente, provocando elevadas perdas elétricas na transmissão. Uma forma de suprimento mais eficiente refere-se à instalação de fontes de potência reativa próximos dos consumidores de reativos, não sendo necessária a transmissão de grandes blocos de energia reativa, reduzindo-se assim as perdas elétricas na transmissão [2, 11, 12].

2.2 Estados Operativos de um Sistema Elétrico

Os *Estados Operativos* ou *Níveis de Segurança* se referem ao atendimento das condições necessárias à operação segura e eficiente do sistema. Existem diferentes estados para diversas condições operativas, sendo que cada estado operativo altera o objetivo de controle e suas prioridades, não existindo uma única solução que leve a uma determinada situação. A correta caracterização dos eventos permite estabelecer a melhor estratégia de controle [12, 19].

Os estados de operação normalmente encontrados no sistema elétrico são:

- **Estado Normal:** Neste estado o sistema elétrico encontra-se operando dentro dos parâmetros especificados de nível de tensão, frequência e potência. Não existe componente do sistema operando fora dos limites operativos.
- **Estado Alerta:** Este estado caracteriza variáveis do sistema dentro de valores especificados. As restrições operativas são atendidas. Entretanto, o critério que determina uma operação segura é a existência da possibilidade de aparecimento de uma contingência que não possa ser controlada.
- **Estado de Emergência:** Este estado é caracterizado pela operação do sistema elétrico fora dos parâmetros desejados.

- **Estado Restaurativo:** Neste estado o sistema encontra-se executando manobras ou ações de controle com o objetivo de recuperar o *Estado Normal* ou *Estado de Alerta*.

2.3 Estruturas de Controle Existentes

As características próprias de cada sistema e filosofia de operação adotada determinam o tipo de controle de tensão. Existem três tipos de controle: *Centralizado*, *Descentralizado* e *Hierárquico* [12,22], sendo que cada um apresenta características próprias quando implementado no sistema.

Controle Centralizado

Este controle tem como característica a existência de três níveis, sendo visualizado na Figura 2.1, os quais são:

- **Controle Primário ou Nível Local:** Neste controle são consideradas as ações do controle automático de tensão das unidades geradoras e equipamentos automáticos de regulação de tensão.
- **Controle Secundário ou Nível de Área:** Este controle realiza o controle de tensão em barras importantes do ponto de vista de manutenção da tensão.
- **Controle Terciário ou Nível Central:** Este controle é responsável pela fixação dos níveis de referência de tensão de todos os dispositivos de controle de tensão. Dessa forma, obtém-se uma operação segura e econômica do sistema.

Controle Descentralizado

Este tipo de controle utiliza um *Centro de Controle Central* e *Centros de Controle Locais* atuando em áreas específicas, não existindo interação entre os vários centros diretamente, conforme observado na Figura 2.2. Este tipo de controle é aplicado em sistemas pouco malhados, sendo o sistema principal bem definido e as áreas de controle pouco interligadas.

Controle Hierárquico

Este tipo de controle representa uma estrutura do tipo descentralizado, sendo adotada uma situação de compromisso com o controle

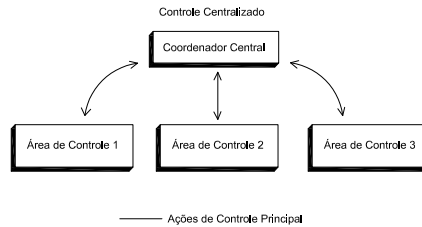


Figura 2.1 – Controle do Tipo Centralizado.

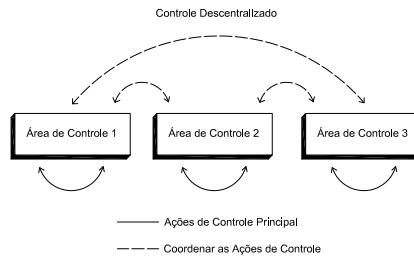


Figura 2.2 – Controle do Tipo Descentralizado.

do tipo centralizado. O objetivo principal é estabelecer uma estrutura de informação mínima para orientar as ações de controle. Esta estrutura mínima de informação é obtida através do uso de *Pontos Pilotos*. Os *Pontos Pilotos* representam barras importantes do sistema, criteriosamente selecionadas, controlando a tensão de uma área de controle específica.

2.4 Relação Entre Tensão e Potência Reativa

O módulo da tensão no sistema elétrico é fortemente influenciado pela geração de potência reativa das unidades geradoras [12, 15].

Uma expressão matemática relacionando as duas grandezas pode ser obtida a partir de um circuito elétrico exemplo de duas barras apresentado na Figura 2.3a.

Considerando a análise em regime permanente, o diagrama fasorial é representado na Figura 2.3b.

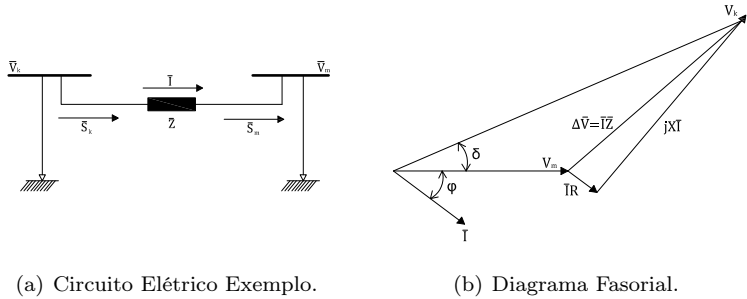


Figura 2.3 – Esquema Elétrico para Estudo.

As grandezas fasoriais de tensão e impedância são expressas como,

$$\begin{aligned}\bar{V}_k &= V_k e^{j0} \\ \bar{V}_m &= V_m e^{j\theta} \\ \bar{Z} &= Z e^{j\theta} = R + jX\end{aligned}\tag{2.1}$$

onde, \bar{V}_m representa a tensão de referência.

Aplicando a *Lei de Kirchhoff* no circuito, obtém-se,

$$\bar{V}_k = \bar{V}_m + \bar{Z} \bar{I}\tag{2.2}$$

A potência transmitida para o barramento de carga é equacionada como,

$$\bar{S}_m = \bar{V}_m \bar{I}^*\tag{2.3}$$

ou de outra forma,

$$S_m^* = \bar{I} \bar{V}_m^*\tag{2.4}$$

A corrente entregue ao barramento de carga é expressa como,

$$\bar{I} = \frac{\bar{S}_m^*}{V_m} = \frac{P_m - jQ_m}{V_m} \quad (2.5)$$

Substituindo a Equação 2.5 em 2.2 e adotando a impedância em termos de $Z = R + jX$, tem-se,

$$\bar{U}_s = \bar{U}_r + (R + jX) \frac{P_r - jQ_r}{U_r} = U_r + \frac{P_r R + Q_r X}{U_r} + j \frac{P_r X - Q_r R}{U_r} \quad (2.6)$$

A Equação 2.6 é representado na forma fasorial (Figura 2.4).

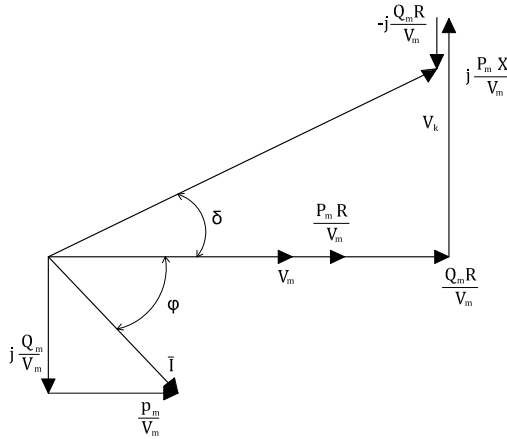


Figura 2.4 – Diagrama Fasorial da Equação 2.6.

Para efeito de simplificação é considerado um sistema elétrico onde ($R \ll X$). Assim, a Equação 2.6 é simplificada e expressa como,

$$\bar{V}_k = \bar{V}_m + \frac{Q_m X}{V_m} + j \frac{P_m X}{V_m} \quad (2.7)$$

onde,

$$P_m = \frac{V_k V_m}{X} \sin \delta \quad (2.8)$$

$$Q_m = \frac{V_m^2}{X} - \frac{V_k V_m}{X} \cos \delta \quad (2.9)$$

Analisando a Equação 2.8, observa-se que existe uma potência máxima a ser transferida através da reatância uma vez fixada as tensões terminais. A condição de máxima transferência de potência ativa é atingida quando existe uma defasagem de 90° entre o ângulo de fase da tensão V_k e V_m . Este limite teórico é denominado de *Estabilidade Estática*, sendo que na prática o sistema elétrico opera abaixo deste valor.

O diagrama fasorial da Equação 2.7 é mostrado na Figura 2.5. Observa-se que para valores de δ pequenos (abaixo do *Limite Teórico de Estabilidade Estática*), o fluxo de potência ativa depende diretamente da diferença angular das tensões das barras terminais, enquanto que a diferença no módulo da tensão depende principalmente do fluxo de potência reativa. Este fato é melhor observado na Figura 2.6 quando $P_m = 0$ e $Q_m = 0$, concluindo que,

- As variações de potência ativa afetam essencialmente os ângulos de fase das tensões e em consequência o fluxo de potência ativa, enquanto que variações na potência reativa afetam o módulo da tensão, existindo um desacoplamento entre $P\delta$ e QV .
- Para se obter um perfil de tensão plano e/ou uniforme (próximo de $1pu$), é recomendado gerar a potência reativa localmente, evitando circulação de potência reativa pelas linhas de transmissão, reduzindo assim também as perdas elétricas na transmissão.

O desacoplamento entre o balanço de potência ativa e reativa quando $R \ll X$ caracteriza um controle separado no sistema elétrico. Por um lado, observa-se um *Controle de Frequência*, relacionado à malha de controle $P\delta$, e um *Controle de Tensão*, relacionado à malha de controle QV .

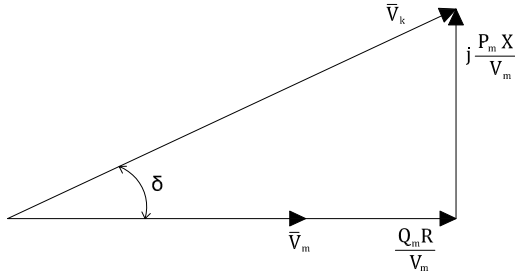


Figura 2.5 – Diagrama Fasorial da Equação 2.7.

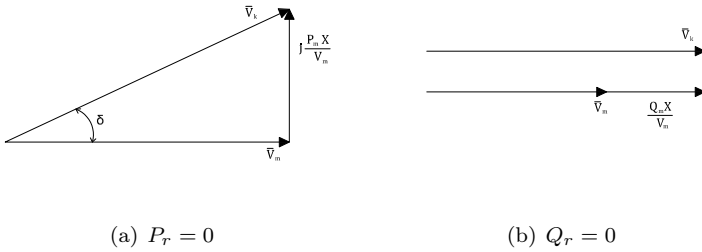


Figura 2.6 – Relação Entre a Tensão e Potência.

2.5 Influência da Potência Reativa nas Perdas Elétricas

A corrente elétrica que circula pela indutância do circuito elétrico da Figura 2.4 é obtida a partir da Equação 2.5, sendo expressa como,

$$\bar{I} = \frac{|\bar{S}_m^*|}{V_m} = \frac{\sqrt{P_m^2 + Q_m^2}}{V_m} \quad (2.10)$$

Da Equação 2.10 obtemos uma expressão matemática para as per-

das elétricas, sendo calculada como,

$$P_{loss} = R\bar{I}^2 = R \frac{P_m^2 + Q_m^2}{V_m^2} \quad (2.11)$$

Analisando a Equação 2.11, verifica-se que no caso de incremento da potência reativa no sistema, a corrente elétrica aumenta de valor, provocando um incremento nas perdas elétricas do sistema.

2.6 Reserva de Potência Reativa

Um aspecto importante quando efetuamos uma alteração na tensão das fontes de potência reativa refere-se a *Reserva de Potência Reativa (RPR)* disponível na unidade geradora. Uma RPR é fundamental em eventos que envolvem variações normais de carga e/ou casos atípicos de contingências não programadas de forma a manter o nível de tensão do sistema [25].

Existe a possibilidade de ação de controle localizada numa área específica tentando manter o nível de tensão do sistema. Isto pode trazer uma redução significativa da RPR, causando perda de controle de tensão por falta de suporte de reativos.

É recomendado que o fornecimento de potência reativa esteja disponível o mais próximo possível dos consumidores finais, evitando circulação de fluxos reativos pela rede elétrica. Devido a isto, o conceito de RPR é aplicado usualmente de forma local [1].

2.7 Dispositivos Típicos Para Controle de Tensão

Os operadores de sistema possuem vários dispositivos para o controle de tensão através da injeção, absorção ou controle de fluxo de potência reativa na rede elétrica. Cada dispositivo de controle possui características relacionadas a fatores como: custo de operação, velocidade de atuação, habilidade de suporte de tensão, entre outros.

A seguir são apresentados os principais dispositivos para controle de tensão utilizados em sistema de potência.

2.7.1 Reguladores Automáticos de Tensão

A potência reativa fornecida ou absorvida pelo gerador elétrico depende da corrente de excitação do campo da máquina síncrona e da produção de potência ativa. Quando a máquina síncrona encontra-se sobre-excitada, a potência reativa é entregue ao sistema, enquanto que quando sub-excitada, absorve-se potência reativa do sistema.

Os geradores síncronos são utilizados para corrigir a tensão do sistema. O equipamento associado ao gerador elétrico e responsável por manter a tensão no valor nominal é o *Regulador Automático de Tensão (RAT)*. O RAT utiliza a tensão terminal medida através de um transformador de potencial comparando com o valor de referência previamente definido. Em casos de variações de carga, um sinal de erro é gerado, em consequência, um aumento ou redução no módulo da tensão terminal do gerador elétrico é observado, mantendo a tensão terminal no valor de referência. A corrente de excitação que causa a variação no módulo da tensão terminal possui um valor mínimo e máximo, limitando assim a geração e/ou absorção de potência reativa [12].

2.7.2 Transformadores com Tap Variável

Uma alternativa para o controle de tensão no sistema elétrico é através da alteração da razão de transformação dos transformadores com *tap* variável. Dessa forma, certos transformadores são providos com um número de *taps* em um dos enrolamentos, sendo que através de chaveamentos sucessivos é possível alterações na magnitude da tensão [12, 19].

Existem dois tipos de transformadores com *tap* variável: os transformadores com variação de *tap* sob carga e os transformadores com variação de *tap* sem carga. Os transformadores com variação de *tap* sob carga aplicam-se nos casos onde existe a necessidade de variações frequentes das relações de transformação para efeito de correção do nível de tensão, enquanto que os transformadores com variação de *tap* sem carga são aplicados para efeito de correção de tensão pouco frequentes, sendo necessário que o transformador fique desenergizado para

alteração na posição do *tap*.

O processo de mudança dos *taps* pode ser de forma manual ou automática. Na forma manual, o próprio operador presente no local altera a posição dos *taps* no equipamento, enquanto que na forma automática, o processo é feito através de controladores, os quais enviam sinais de comando para alteração.

2.7.3 Banco de Capacitores

Os bancos de capacitores são dispositivos de controle de tensão instalados nas subestações de forma a injetar potência reativa e elevar o módulo de tensão em condições de carga pesada, sendo um controle do tipo local. Entretanto, estratégias globais podem ser implementadas visando corrigir desvios no módulo da tensão em várias barras a partir da injeção de potência reativa de vários dispositivos.

As principais vantagens quando implementados estão associados à flexibilidade na instalação/operação e no baixo custo de instalação/manutenção. Por outro lado, sua principal desvantagem refere-se à produção de potência reativa proporcional ao quadrado da tensão. Dessa forma, a produção de potência reativa é reduzida à medida que a tensão se afasta do valor de referência.

2.7.4 Banco de Reatores

Os bancos de reatores são aplicados em condições de baixo carregamento, absorvendo o excesso de reativo no sistema e reduzindo elevados valores de tensão.

São frequentemente aplicados dois tipos de bancos de reatores no sistema elétrico, os quais são:

- **Banco de Reatores de Uso Permanente:** Ligados permanentemente e atuando na limitação de sobretensões temporárias na frequência fundamental e transitórios durante rejeições de carga.
- **Banco de Reatores de Uso Temporário:** Conectados na rede elétrica durante os periodos de carga leve e em condições de restabelecimentos do sistema.

2.8 Esquemas de Controle de Tensão Existentes

Na atualidade encontramos duas ideias diferentes para o controle de tensão no sistema elétrico. Por um lado, o critério americano, onde a operação e o controle de reativos baseia-se em especificações e procedimentos estritos por meio dos operadores dos centros de controle, e por outro lado, o critério europeu, utilizando um controle de tensão hierárquico e automático. O controle de tensão feito a partir dos RATs dos geradores síncronos é comum em ambos esquemas, diferenciando-se apenas na forma de ajuste da tensão do campo.

A seguir são descritos as características de cada esquema de controle.

2.8.1 Controle Manual de Tensão

No controle manual de tensão o ajuste da tensão do campo do gerador elétrico é feito de forma manual sob a responsabilidade do operador do centro de controle, seguindo certas especificações e procedimentos estritos [23].

Uma estrutura hierárquica de controle manual de tensão é observado na Figura 2.7. Nesta figura, o nível vertical dos blocos indica hierarquia no controle, sendo que a complexidade das interações depende dos níveis hierárquicos, das atribuições de cada uma e das normativas que permitem operar o sistema.

No caso que uma área de controle estime que a degradação do perfil da tensão não corresponde a ela, a mesma informa imediatamente para o nível superior de forma que esta coordene com outras áreas de controle vizinhas ao problema, podendo existir uma comunicação direta entre as áreas de controle para certas aplicações. Esta abordagem pode trazer problemas na operação, devido a problemas de comunicação entre os diversos responsáveis.

As flechas entre os blocos e rede elétrica indicam telemetria e/ou comando, enquanto que as flechas entre blocos indicam comunicação com o objetivo de consultas e/ou ações a executar. A correta operação depende das ações conjuntas de todos os blocos seguindo diretrizes definidas, procedimentos técnicos e normativas.

A operação das fontes de reativo é normalmente por comando ou em outros casos por ação direta do operador. Se a decisão é operar um dispositivo de controle de tensão que não é de responsabilidade de um dado operador, deve-se solicitar ao responsável do equipamento de forma que o mesmo autorize o seu uso.

Este tipo de estratégia parte de um planejamento da operação, especificando o perfil de tensão do sistema, ponto de operação de geradores, reserva de reativos, fatores de participação, entre outros. De acordo com esta estratégia, qualquer variação de tensão deve ser compensada pelo recurso mais próximo ao problema.

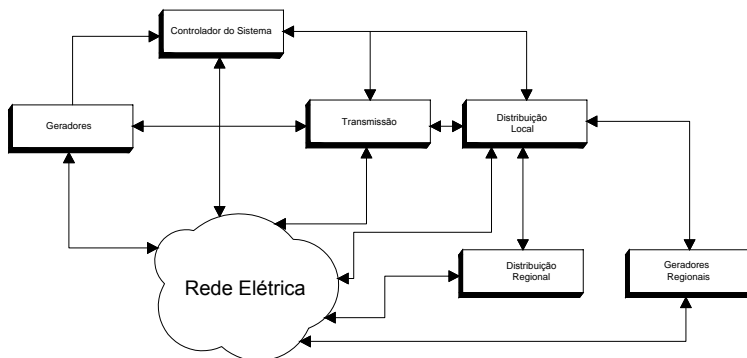


Figura 2.7 – Estrutura Hierárquica de Controle Manual de Tensão.

2.8.2 Controle Automático de Tensão

O controle de tensão automático representa um controle de tensão hierárquico baseado no conceito de barras piloto, possuindo uma estrutura de três níveis para o controle de tensão. O nível primário é responsável pela resposta dinâmica durante uma perturbação, mantendo constante o módulo da tensão na barra de geração, enquanto que

o nível secundário, cuja idéia baseia-se no conceito de área de controle e barras piloto, monitora o módulo da tensão da barra piloto, gerenciando os reativos das unidades geradoras que participam do controle corrigindo desequilíbrios que não são controlados pelo nível primário. Por último, o nível terciário constitui um despacho ótimo de reativos com o objetivo de minimizar as perdas elétricas na transmissão, fornecendo o reativo desde o lugar mais próximo à carga, reduzindo o fluxo de reativos pelas linhas de transmissão [7, 8, 24]. Os tres níveis encontram-se desacoplados no tempo e no espaço, evitando assim oscilações de potência entre as malhas de controle.

Nos esquemas de controle de tensão automáticos modernos, como os utilizados na França e na Itália, a coordenação dos reativos é realizada exclusivamente pelos geradores síncronos, sendo que as outras fontes de reativos operam sob despachos e procedimentos normativos [7, 21, 22]. No Brasil, existem estudos para implementação de um controle automático [21, 22]. Entretanto, o controle de tensão é realizado atualmente na forma manual.

As vantagens de implementação de um controle de tensão automático são:

- Melhor operação do sistema, observando-se um perfil de tensão mais homogêneo nas diversas áreas de controle.
- Aumento da segurança do sistema, observando-se melhor uso das reservas de potência reativa.
- Maior capacidade de transmissão, reduzindo-se o risco de colapso de tensão no sistema.
- Redução dos riscos de erros na operação, devido a decisões rápidas e/ou equivocadas por parte do operador.

O mínimo intercâmbio de reativos entre as diversas áreas de controle e seleção dos geradores de regulação próximos às barras piloto possibilitam melhoras no desempenho do CST [22].

2.9 Comentários Finais

Este capítulo descreveu de forma sucinta os princípios de controle de tensão e potência reativa. Primeiramente foram analisados os estados operativos de um sistema elétrico, sendo apresentadas as condições

necessárias para operação segura e eficiente do sistema, verificando-se diferentes estados operativos no sistema.

Na sequência foram discutidos assuntos referentes às estruturas de controle existentes, observando-se três tipos de controle na literatura: o descentralizado, centralizado e hierárquico, avaliando-se as principais características de cada estrutura.

No que se refere ao nível de tensão num barramento, foi observada uma dependência forte com a potência reativa, principalmente quando ($R \ll X$). Assim, num primeiro momento, para o controle de tensão é preciso variar o fornecimento e/ou consumo de potência reativas das unidades geradoras, podendo existir outros dispositivos que possibilitem o controle de tensão no sistema.

Por último, foi comentada a diferença entre esquemas de controle de tensão manual e automático. Foi observado que esquemas de controle automático apresentam melhor desempenho garantindo uma melhor operação do sistema quando comparado a um sistema de controle manual.

3 *Controle Secundário de Tensão*

3.1 Introdução

No capítulo anterior foi discutido sobre o controle de tensão, o qual é realizado tradicionalmente de forma manual. Não obstante, motivados pelas reestruturações das regras do setor elétrico que tem acontecido ultimamente, os responsáveis pela operação dos sistemas elétricos vêm se adaptando ao controle automático de tensão.

Na estratégia de controle automático de tensão, o controle acontece em níveis hierárquicos, existindo o nível primário, secundário e terciário. Para este propósito, é necessário receber informações em tempo real considerando o sistema dividido em áreas de controle, onde cada área possui seus controles primários e secundários, existindo um controle terciário responsável de coordenar as diversas áreas de controle [7, 8, 14].

Os três níveis hierárquicos mencionados anteriormente podem ser melhor definidos a seguir.

- **Controle Primário de Tensão (CPT):** Representa o nível hierárquico mais rápido em termos de atuação, sendo dividido no controle individual dos geradores e o controle da usina. No controle individual dos geradores são utilizados os reguladores de tensão de forma a manter o nível de tensão nos terminais do gerador. Por outro lado, no controle da usina, o controle de tensão é feito de forma coordenada entre os vários geradores que formam a usina. Isto possibilita uma melhor distribuição da potência reativa gerada, atendendo os requisitos de nível de tensão necessários.
- **Controle Secundário de Tensão (CST):** Este controle é formado por um grupo específico de reguladores de tensão de geradores elétricos, compensadores estáticos ou síncronos, taps de transformadores, entre outros dispositivos de controle de tensão, atuando de forma a manter o nível de tensão em barras denominadas "Pilotos". O nível de tensão

nas barras piloto deve refletir o comportamento de tensão na área de interesse. O CST possui um tempo de atuação na faixa de 30 a 60 segundos, caracterizando um controle de tensão regional.

- **Controle Terciário de Tensão (CTT):** Este controle garante de forma preventiva a segurança e integridade do sistema elétrico. Tipicamente é utilizado um fluxo de potência ótimo atendendo certas restrições e índices de desempenho.

A Figura 3.1 apresenta um modelo de controle hierárquico de tensão utilizado na Itália e na França [13, 22, 23]. Neste modelo são definidas as seguintes grandezas:

- V_p : Módulo da Tensão da *barra piloto*.
- $V_{p_{opt}}$: Parâmetro ótimo calculado pelo CTT para a tensão da *barra piloto*.
- V_{ref} : Parâmetro de referência do módulo da tensão das unidades geradoras fornecido ao CPT pelo CST de forma que V_p seja igual a $V_{p_{opt}}$ ∴
- V_t : Módulo da tensão terminal das unidades geradoras.
- E_{fd} : Módulo da tensão de campo fornecida pelo CPT às unidades geradoras de forma que V_t seja igual a V_{ref} .

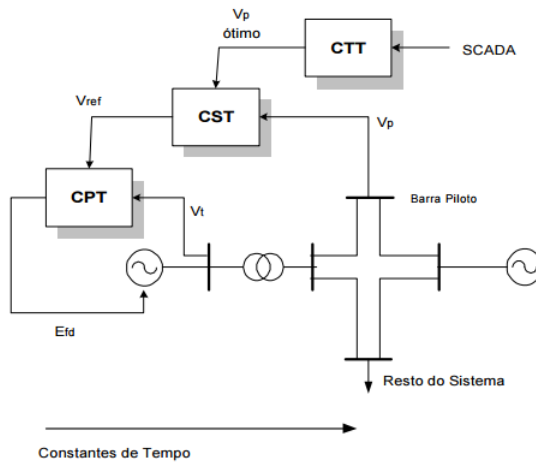


Figura 3.1 – Estrutura de Controle Hierárquico de Tensão.

3.2 Principais Características

O *Controle Secundário de Tensão (CST)* foi implementado inicialmente em sistemas da Europa, apresentando aumentos nas margens de *Estabilidade de Tensão (ET)* e uma maior capacidade de transmissão [3, 15].

O CST representa um controle de tensão hierárquico e centralizado, que coordena e supervisiona os *Reguladores Automáticos de Tensão (RAT)* das máquinas síncronas, podendo controlar outras fontes de potência reativa numa região específica, melhorando as características de ET da rede elétrica.

O principal objetivo do CST é coordenar os vários provedores regionais de potência reativa de forma que as reservas de reativos de cada produtor sejam apropriadamente coordenadas e utilizadas. Considerando regime de estudo estacionário, a função de controle é designada a grupos de fontes de potência reativa, sendo os geradores elétricos os principais equipamentos. Dessa forma, uma vez selecionados os geradores elétricos, estes controlam o módulo da tensão das *barras piloto*, fornecendo potência reativa proporcional as suas capacidades, garantindo que todos os fornecedores regionais alcancem seus limites mínimos ou máximos de potência reativa simultaneamente.

A dinâmica de atuação do CST encontra-se na faixa dos 60 segundos, apresentando os seguintes benefícios quando implementados:

- Facilidade de manutenção do perfil de tensão e coordenação da distribuição de potência reativa.
- Facilita a tarefa do operador. Através do monitoramento do módulo da tensão na barra piloto é possível acompanhar o comportamento do perfil de tensão na área de interesse.
- Possibilita ações preventivas através de variações no módulo da tensão na barra piloto de forma a atender as variações de carga no período de maior ou menor consumo.

3.2.1 Seleção de Áreas de Controle e Barras Piloto

Uma *Área de Controle* é definida como uma região do sistema elétrico onde é definida um conjunto de barras com o comportamento do módulo de tensão semelhante frente a uma dada ação de controle, possuindo uma reserva de potência reativa suficiente para dar suporte necessário à correções no perfil de tensão durante eventos de distúrbios de carga e/ou contingências.

A seleção correta consiste numa questão chave para o bom desempenho do CST, visto que todas as ações de controle são tomadas baseadas em informações oriundas desta barra. Portanto, uma escolha inadequada provocaria

ações de controle indesejáveis, prejudicando o bom desempenho.

Os critérios básicos para escolha da área de controle e as barras pilotos são resumidas a seguir [6, 19]:

- O módulo de tensão da barra piloto deve refletir o perfil de tensão das barras na área de controle.
- A reserva de potência reativa deve ser o suficiente de forma que seja possível correção do perfil de tensão do sistema.
- O acoplamento entre as áreas de controle deve ser fraco. Assim, ações de controle tomadas numa área devem ter pouca influência nas áreas adjacentes.

3.2.2 Seleção dos Dispositivos de Controle Participantes

A forma de seleção dos dispositivos de controle que fazem parte do CST varia conforme as características próprias de cada sistema elétrico. Por exemplo, no sistema elétrico *francês*, os geradores síncronos participam exclusivamente na compensação reativa no nível de *EAT (Extra Alta Tensão)*, enquanto que para compensação reativa próximas das cargas, são utilizados bancos de capacitores. Pelo conhecimento adquirido no sistema *francês*, os equipamentos de controle discretos como bancos de capacitores e transformadores com *tap* variável não são recomendados para serem parte do CST, visto que mudanças de forma abrupta no ponto de operação podem causar sobre-tensões transitórias que perturbem o sistema. Dessa forma, o esquema de CST implementado na França considera apenas os geradores síncronos como parte do CST [8, 19, 22]. No entanto, a utilização de dispositivos FACTS é bem vista, devido ao fato destes equipamentos terem como característica a variação contínua de potência reativa dentro de certas faixas operativas.

3.2.3 Vantagens e Limitações

As vantagens e limitações de esquemas de CST podem ser avaliadas através de sistema básico de 3 barras, conforme mostra a Figura 3.2. Nesta figura, duas unidades geradoras alimentam um barramento de carga através de duas linhas de transmissão [19].

Para efeito de análise, são definidas as seguintes considerações:

- As perdas elétricas na transmissão são nulas.
- A potência ativa consumida pelo barramento de carga é nula.

de geração de potência reativa,

$$\alpha_{21} = \left[\frac{Q_2^{max}}{Q_1^{max}} \right] \quad (3.5)$$

Capacidade Máxima de Transmissão

O CST possibilita o aumento da margem de carregamento do sistema devido à redução das perdas elétricas na transmissão. A partir da Equação 3.2 pode ser expresso o módulo da tensão da barra piloto como,

$$V_p = \frac{1}{2} \frac{(B_1 V_1 + B_2 V_2)}{2(B_1 + B_2)} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(B_1 V_1 + B_2 V_2)^2}{(B_1 + B_2)^2} + \frac{4Q_p}{(B_1 + B_2)}} \quad (3.6)$$

A Equação 3.6 possibilita soluções do tipo real quando,

$$Q_p \geq \frac{(B_1 V_1 + B_2 V_2)^2}{4(B_1 + B_2)} \quad (3.7)$$

Assim, o sistema estará no *Limite de Estabilidade de Tensão* (condição de máximo carregamento) quando a restrição de desigualdade em 3.7 estiver ativa. Nesta situação, o módulo de tensão da barra piloto é obtida como

$$V_p = \frac{1}{2} \frac{(B_1 V_1 + B_2 V_2)}{(B_1 + B_2)} \quad (3.8)$$

Em contrapartida, pode-se calcular a potência reativa para condição de máximo carregamento como,

$$Q_p^{max} = -\frac{(B_1 V_1 + B_2 V_2)^2}{4(B_1 + B_2)} \quad (3.9)$$

Substituindo a Equação 3.8 na Equação 3.9, pode-se expressar a potência reativa em função do módulo de tensão da barra piloto como,

$$Q_p^{max} = -V_p^2 (B_1 + B_2) \quad (3.10)$$

A Equação 3.10 relaciona o módulo da tensão da barra piloto e o máximo carregamento reativo. Verifica-se que no caso onde não existem esquemas de CST, a tensão V_p diminui com aumento de Q_p , diminuindo Q_p^{max} , enquanto que no caso onde existem esquemas de CST, a tensão V_p permanece num

valor fixo pré-determinado, mantendo-se Q_p^{max} constante. Esta condição é mantida até que os limites de tensão e potência reativa das unidades geradoras sejam atingidos.

Limite na Tensão

O CST garante o alinhamento das reservas reativas das unidades geradoras que fazem parte do CST, sendo alcançados simultaneamente os limites de potência reativa. Entretanto, o alinhamento no módulo da tensão não é garantido, visto há não linearidade entre a injeção de potência reativa e o módulo da tensão terminal dos geradores.

Podemos avaliar o comportamento das tensões terminais V_1 e V_2 dos geradores em relação às injeções de potência reativa Q_1 e Q_2 de forma a verificar em que condições é possível atender simultaneamente o limite de potência reativa e o limite na tensão. Isto é possível através da análise da Equação 3.11.

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \alpha = \frac{B_1 V_1 (V_1 - V_p)}{B_2 V_2 (V_2 - V_p)} \quad (3.11)$$

Definindo $\beta = \frac{B_1}{B_2}$, obtemos,

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{V_1 (V_1 - V_p)}{V_2 (V_2 - V_p)} \quad (3.12)$$

A Figura 3.3 mostra a relação existente entre as tensões terminais dos geradores e a relação $\frac{\alpha}{\beta}$, sendo mantida a tensão V_p fixa em 1pu. As tensões terminais dos geradores ficam iguais quando a relação $\frac{\alpha}{\beta}$ for igual a unidade. Assim, as unidades geradoras alcançam o limite de tensão e potência reativa simultaneamente somente quando a capacidade de geração de potência reativa é igual a relação das admitâncias equivalentes entre o gerador e a barra piloto. Sendo assim, recomenda-se que a escolha da barra piloto fique próximo do centro elétrico da área de controle.

3.2.4 Efeito na Estabilidade de Tensão

O conceito de *Estabilidade de Tensão (ET)* está relacionado à capacidade de um sistema de manter a tensão estável e em níveis aceitáveis em todos os barramentos do sistema, seja em condições normais ou em situações pós-contingência [16].

Em contrapartida, o evento de instabilidade de tensão refere-se a uma queda progressiva e incontrolável da tensão em todo o sistema, tendo como

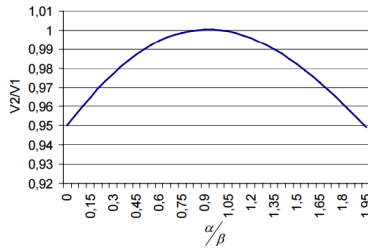


Figura 3.3 – Relação Entre as Tensões Terminais dos Geradores V_2/V_1 e o parâmetro α/β (Referência [19]).

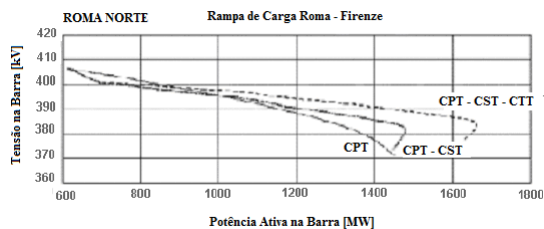
causa a incapacidade de atender a demanda de potência reativa requerida no sistema, caracterizando um evento de caráter local, podendo-se expandir de forma generalizada no sistema [10].

Já o Colapso de Tensão é um fenômeno mais complexo do que a instabilidade de tensão, sendo normalmente a consequência de um conjunto de fenômenos que acompanham a instabilidade de tensão levando a níveis muito baixos de tensão, numa parte significativa do sistema.

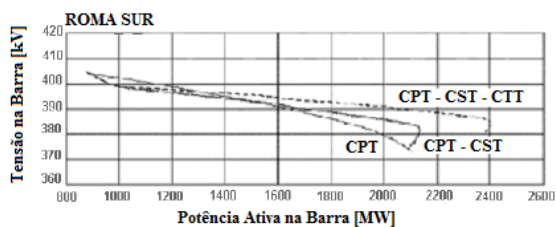
Vários estudos analisando o efeito do CST na ET encontram-se na literatura [12, 16, 17], sendo verificado que sistemas que operam sob esquemas de CST melhoram as margens de estabilidade de tensão, caracterizando aumentos na capacidade de transmissão [20]. Como exemplo, a Figura 3.4 mostra uma implementação de uma estrutura hierárquica de controle de tensão automática no sistema italiano para um caso específico da barra ROMA SUL-NORTE [24].

Como pode ser observado, existe um aumento na margem de ET uma vez implementado o controle automático de tensão neste sistema em particular. A melhor situação é visualizada quando considerados os três níveis de controle de tensão (CPT-CST-CTT).

Na Figura 3.5 apresenta-se o índice de estabilidade em relação à demanda de potência ativa, observando-se um aumento na capacidade de transmissão (na ordem de 400 MW) na presença do CST antes de ser atingido o ponto de instabilidade de tensão.



(a) Barra Roma Norte



(b) Barra Roma Sul

Figura 3.4 – Curva PV - (Referência [24]).

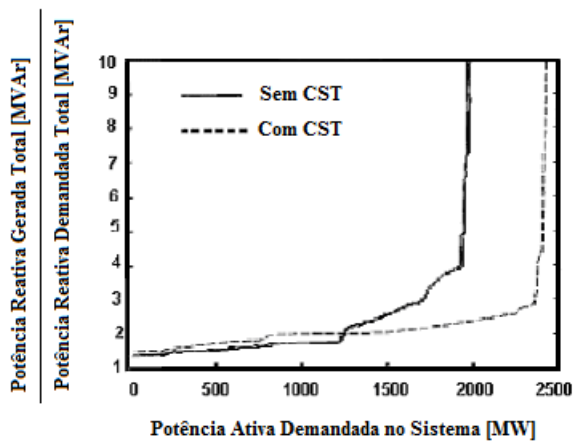


Figura 3.5 – Índice de Estabilidade (Referência [24]).

3.3 Principais Esquemas em Operação

As primeiras implementações de CST foram na França e na Itália. A seguir são discutidas as principais características dos dois sistemas.

3.3.1 Implementação na França

A *RTE (Rede de Transmissão de Eletricidade)* da França possui três níveis de controle de tensão implementadas em diferentes áreas geográficas. As zonas encontram-se mutuamente desacopladas de forma que um *Controle Secundário de Tensão Descentralizado (CSTD)* coordena as ações de várias unidades geradoras no nível regional. Dessa forma, o CSTD atua nos Reguladores Primários de Tensão (RPT) controlando o módulo da tensão das barras piloto, proporcionando um despacho uniforme de potência reativa [18, 19].

Atualmente a RTE vem trabalhando no controle de tensão denominado *Controle Secundário de Tensão Coordenado (CSTC)*, sendo uma versão melhorada do *Controle Secundário de Tensão (CST)*. O CSTC representa um esquema de controle em malha fechada com dinâmica de poucos minutos, aplicado no nível regional e formado por várias áreas de controle com alto grau de acoplamento, sendo consideradas as interações entre os reguladores de tensão das diferentes áreas de controle.

Para uma região específica, o CSTC coleta informações do módulo da tensão das barras piloto, barras críticas e unidades geradoras participantes do CSTC de forma a manter as tensões das barras piloto e tensões terminais das unidades geradoras nos valores de referência, maximizando por sua vez as reservas de potência reativa e as margens de estabilidade na região [17].

Os valores de referência são obtidas a partir de métodos de otimização. Para este propósito, cada 10 segundos, medidas de tensão das barras piloto e geração de potência reativa das unidades geradoras são coletadas de forma que novos valores de referência de tensão para os RPTs são obtidos, e posteriormente enviados às unidades [9].

3.3.2 Implementação na Itália

A *TERNA (Rede Elétrica Nacional da Itália)* utiliza um esquema de controle de tensão hierárquico de forma a controlar o módulo da tensão e despacho de potência reativa do sistema. Todas as unidades geradoras presentes na rede elétrica contribuem para a *Regulação Primária de Tensão (RPT)*, sendo um serviço obrigatório e sem compensação econômica. Os níveis hierárquicos mais importantes encontrados no sistema são o *Controle Secundário de Tensão (CST)* e *Controle Terciário de Tensão (CTT)* [18, 19].

O *SART (Sistema Automático de Regulação de Tensão da Usina)* é o

responsável por regular a potência reativa gerada e o módulo da tensão das unidades geradoras. Isto é possível através de valores de referência estabelecidos pelos *Reguladores Automáticos de Tensão (RAT)*. Assim, o despacho de reativo das várias unidades geradoras é feita de forma homogênea. O *Regulador de Tensão Regional (RTR)*, instalado em cada área de controle, tem como tarefa especificar o nível de potência reativa necessária nos SARTs. O RTR pode também controlar dispositivos de controle de tensão como bancos de capacitores, reatores shunt, transformadores com tap variável, dispositivos SVC, evitando eventuais sobrecargas em geradores síncronos.

O CST considera todos geradores síncronos presentes no sistema, sendo coordenado pelo *Centro de Controle Regional da Itália*. Atualmente o controle de tensão é feito através da subdivisão do sistema em 18 áreas de controle coordenados automaticamente.

No nível mais alto, o CTT coordena automaticamente os RTRs em tempo real com uma constante de tempo de aproximadamente 5 minutos. O CTT tem por objetivo minimizar as perdas elétricas na rede elétrica proporcionando um nível de tensão adequado em todo o sistema.

3.4 Comentários Finais

Nesta seção foram apresentados os aspectos do *Controle Secundário de Tensão (CST)*, que consiste normalmente na atuação de um grupo específico de reguladores de tensão de geradores síncronos de forma a manter o perfil de tensão desejado nas barras piloto. O módulo de tensão das barras piloto deve ser representativo do perfil de tensão da região onde encontram-se presentes.

O CST representa uma ferramenta muito importante nos sistemas elétricos, possibilitando melhor uso das reservas de potência reativa nas diversas áreas de controle, propiciando melhores níveis de tensão no sistema. São vários os países que utilizam atualmente, especialmente os países da Europa. Nesta dissertação de mestrado apenas os esquemas presentes na França e Itália foram comentados sucintamente, sendo possível encontrar referências de outros esquemas na literatura.

4 Implementação Proposta

4.1 Introdução

Nesta seção são discutidos assuntos relacionados à implementação computacional, apresentado-se detalhes da modelagem matemática do problema de otimização para três casos de estudo assim como o método de solução utilizado para solução dos problemas.

4.2 Modelagem do Sistema Elétrico

O modelo matemático do sistema de potência consiste em um conjunto de equações algébricas não lineares da forma,

$$F(x) = 0 \quad (4.1)$$

Onde x representa o vetor das variáveis dependentes da rede elétrica tais como o módulo da tensão e ângulos de fase (V, θ) das barras terminais dos geradores e cargas.

Normalmente o conjunto de equações que formam parte de 4.1 são constituídos pelas equações de injeção de potência ativa e reativa em cada barra do sistema, existindo situações onde são incluídas as equações de controle. As injeções de potência ativa e reativa em cada barramento são expressas como,

$$P_k = V_k \sum_{m \in \mathcal{K}} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (4.2)$$

$$Q_k = V_k \sum_{m \in \mathcal{K}} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (4.3)$$

Para $k = 1 \dots nb$, sendo nb o número de barras do sistema e \mathcal{K} o conjunto de barras vizinhas.

Na modelagem estática os elementos série do sistema como as linhas de transmissão, transformadores, e outros equipamentos, são representados diretamente na Equação 4.2 e 4.3 através das condutâncias G_{km} e susceptâncias B_{km} .

4.3 Fluxo de Potência com Restrições de CST

As cargas, geradores e seus controles são representados no modelo estático através de diferentes tipos de barras. Para incluir as ações do CST no sistema de potência, é necessário estender as equações de fluxo de potência convencional. Assim, definem-se dois novos tipos de barras, uma barra de regulação do tipo P e uma barra piloto do tipo PQV . A seguir são discutidas as principais características de cada tipo de barra definidos no presente trabalho.

- **Barra PV:** Utilizada para representação dos geradores que possuem a tensão de referência de seu regulador de tensão e a injeção de potência ativa especificada. Neste tipo de barra a injeção de potência reativa é calculada para que se mantenha a tensão no seu valor de referência.
- **Barra PQ:** Utilizada para representar as barras de cargas que possuem a injeção de potência ativa e reativa especificada.
- **Barra $V\theta$:** Esta barra fornece a referência angular do sistema, sendo utilizada também para fechar o balanço de potência ativa, levando em conta as perdas nas linhas de transmissão não conhecidas antes de se ter a solução final do problema.
- **Barra PQV:** Esta barra representa analiticamente as barras piloto. As injeções de potência ativa e reativa e a magnitude da tensão são especificadas previamente. O ângulo da tensão é calculado no decorrer do processo iterativo. Apenas uma barra piloto é definida em cada área, sendo que o número de barras PQV é igual ao número de áreas.
- **Barra P:** Esta barra modela os geradores de regulação. Apenas a injeção de potência ativa é especificada. O ângulo e a magnitude da tensão são determinados no final do processo iterativo. As barras de regulação controlam a magnitude da tensão das barras pilotos.

$$\frac{Q_{g_i}}{Q_{g_i}^{max}} - \frac{\sum_{j \in \Omega_k} Q_{g_j}}{\sum_{j \in \Omega_k} Q_{g_j}^{max}} = 0 \quad (\forall i \in P) \quad (4.4)$$

onde, Ω_k representa o conjunto de barras de regulação da área k e $\sum_{j \in \Omega_k} Q_{g_j}$

é a potência reativa total gerada na área k .

A inclusão das equações de alinhamento no problema de *Fluxo de Potência* na formulação básica resulta em um sistema de equações não lineares definido por,

1. Equações de balanço de potência para todas as barras, com exceção da barra de referência.
2. Equação de balanço de potência reativa para as barras PQ e PQV .
3. Equação de alinhamento para as barras do tipo P .

Em termos analíticos,

$$\Delta P = P_{g_i} - P_{d_i} - P_i(V, \theta) = 0 \quad (\forall i \in PQ, PQV, P, PV) \quad (4.5)$$

$$\Delta Q = Q_{g_i} - Q_{d_i} - Q_i(V, \theta) = 0 \quad (\forall i \in PQ, PQV, P) \quad (4.6)$$

$$\frac{Q_{g_i}}{Q_{g_i}^{max}} - \frac{\sum_{j \in \Omega_k} Q_{g_j}}{\sum_{j \in \Omega_k} Q_{g_j}^{max}} = 0 \quad (\forall i \in P) \quad (4.7)$$

As Equações 4.6 e 4.7, em particular para as barras de regulação tipo P podem ser combinadas para se obter uma única expressão, conforme,

$$\Delta Q_{cst} = AB_i[Q_{di} + Q_i(V, \theta)] - CD = 0 \quad (\forall i \in P) \quad (4.8)$$

onde,

$$AB_i = \frac{1}{Q_{g_i}^{max}} \quad (4.9)$$

$$CD = \frac{\sum_{j \in \Omega_k} Q_{g_j}}{\sum_{j \in \Omega_k} Q_{g_j}^{max}} \quad (4.10)$$

4.4 Modelagem da Função Objetivo

A função objetivo definida procura soluções de *Mínimo Desvio Quadrático de uma Distribuição de Potência Ativa Pré-Especificada (MDQPAP)*, normalmente utilizada para despachos corretivos e/ou despachos econômicos [11]. Dessa forma, quando a potência ativa gerada aparta-se de uma

condição inicial pré-especificada, por motivos de contingências no sistema, a variável potência gerada é penalizada de tal forma que a mesma não se afaste da condição definida. Isto tende a evitar o aparecimento de sobrecargas resultantes de grandes variações em um pequeno número de unidades geradoras.

A forma analítica da função objetivo pode ser expressa como,

$$f(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{bg} \alpha_i (P_{gi} - P_{gi}^{esp})^2 \quad (4.11)$$

onde,

- x : Vetor coluna contendo as variáveis de otimização.
- P_{gi} : Vetor coluna de geração de potência ativa referente a i -ésima unidade geradora.
- P_{gi}^{esp} : Vetor coluna de geração de potência ativa pré-especificada referente a i -ésima unidade geradora.
- α_i : Penalidade aplicada ao desvio de potência (*também denominado como fator de ponderação*).
- bg : Conjunto de unidades geradoras que minimizam a função objetivo.

A Equação 4.11 precisa que sejam definidos dois parâmetros, os quais são:

1. A distribuição de potência ativa pré-especificada e,
2. O fator de ponderação.

A seguir é discutido as alternativas de escolha destes parâmetros.

4.4.1 Potência Ativa Pré-especificada

Para seleção deste parâmetro existem pelo menos duas alternativas.

- **Escolher:** P_{gi}^{esp} igual a uma distribuição de potência ativa de custo reduzido, sendo o aspecto econômico a prioridade e,
- **Escolher:** $P_{gi}^{esp} = 0$ para as unidades geradoras que fazem parte da minimização da função objetivo. A escolha deste parâmetro possibilita que as margens de potência ativa sejam maximizadas, sendo um critério relacionado estritamente à segurança do sistema.

4.4.2 Fatores de Ponderação

Para a escolha do fator de ponderação encontramos pelo menos duas alternativas.

- **Escolher:** $\alpha_i = 1$ para todas as unidades geradoras que fazem parte da minimização da função objetivo. Nesta situação, os desvios são penalizados de forma semelhante, independentemente da localização, da capacidade das unidades geradoras ou do custo da potência ativa gerada.
- **Escolher:** α_i de forma a considerar a capacidade nominal das unidades geradoras.

Este fator de ponderação é expresso como,

$$\alpha_i = \frac{1}{|P_{g_i}^{max} - P_{g_i}^{min}|} \quad (4.12)$$

A Equação 4.12 mostra que maiores desvios são assumidos pelas unidades geradoras de maior capacidade, o que razoável em termos de operação do sistema.

4.5 Modelagem das Restrições de Igualdade

As *Restrições de Igualdades (RIs)* estão associadas ao balanço de potência ativa e reativa para cada barramento do sistema, devendo ser satisfeitas na solução ótima. Analiticamente são expressas como,

$$\Delta P = P_{g_i} - P_{d_i} - P_i(V, \theta) = 0 \quad (\forall i \in \text{Caso}) \quad (4.13)$$

$$\Delta Q = Q_{g_i} - Q_{d_i} - Q_i(V, \theta) = 0 \quad (\forall i \in \text{Caso}) \quad (4.14)$$

onde,

Caso: Representa o caso de estudo considerado.

Quando considerados as restrições de CST, podemos incluir mais uma restrição de igualdade equacionada como,

$$\Delta Q_{cst} = AB_i[Q_{di} + Q_i(V, \theta)] - CD = 0 \quad (\forall i \in P) \quad (4.15)$$

4.6 Modelagem das Restrições de Desigualdade

As *Restrições de Desigualdades (RDs)* definem o limite mínimo e máximo que uma grandeza pode adotar no processo iterativo. No presente trabalho são considerados as seguintes *RDs*,

Límites no Módulo da Tensão

As restrições de desigualdade para o módulo da tensão são definidas como,

$$V_i^{min} \leq V_i \leq V_i^{max} \quad (\forall i \in nb) \quad (4.16)$$

onde,

- V_i Magnitude da tensão na barra i ,
- V_i^{max} Limite superior da magnitude da tensão na barra i ,
- V_i^{min} Limite inferior da magnitude da tensão na barra i ,

Límites na Geração de Potência

As restrições de desigualdade referentes a geração de potência ativa e reativa são definidas como,

$$P_{gi}^{min} \leq P_{gi} \leq P_{gi}^{max} \quad (\forall i \in bg) \quad (4.17)$$

$$Q_{gi}^{min} \leq Q_{gi} \leq Q_{gi}^{max} \quad (\forall i \in bg) \quad (4.18)$$

onde,

- P_{gi} Geração de potência ativa na barra i ,
- Q_{gi} Geração de potência reativa na barra i ,
- P_{gi}^{max} Limite máximo de geração de potência ativa na barra i .
- P_{gi}^{min} Limite mínimo de geração de potência ativa na barra i .
- Q_{gi}^{max} Limite máximo de geração de potência reativa na barra i .
- Q_{gi}^{min} Limite mínimo de geração de potência reativa na barra i .
- bg Número de unidades geradoras.

4.7 Modelagem do Problema de Otimização

O problema de otimização é dividido em três casos de estudo, os quais são:

- **Caso Base:** São obtidos *Despachos de Potência Ativa* sem restrições de CST.
- **Caso 1:** São obtidos *Despachos de Potência Ativa* incluindo as restrições de CST, sendo que o módulo da tensão em todas as barras permanece variável e limitada pelos valores mínimos e máximos permitidos.
- **Caso 2:** São obtidos *Despachos de Potência Ativa* incluindo as restrições de CST, sendo que o módulo da tensão permanece fixa nas barras piloto (PQV) e barras de geração (PV) no decorrer do processo iterativo.

4.7.1 Modelagem do Caso Base

O problema de otimização referente ao *Caso Base* é representado analiticamente como,

$$\min \quad f(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{nge} \alpha_i \left(P_{gi} - P_{gi}^{ref} \right)^2$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} \Delta P &= P_{gi} - P_{di} - P_i(V, \theta) = 0 & (\forall i \in PQ, PV, V\theta) \\ \Delta Q &= Q_{gi} - Q_{di} - Q_i(V, \theta) = 0 & (\forall i \in PQ) \\ V_i^{min} &\leq V_i \leq V_i^{max} & (\forall i \in PQ, PV, V\theta) \\ P_{gi}^{min} &\leq P_{gi} \leq P_{gi}^{max} & (\forall i \in PV, V\theta) \\ Q_{gi}^{min} &\leq Q_{gi} \leq Q_{gi}^{max} & (\forall i \in PV, V\theta) \end{aligned} \quad (4.19)$$

Onde,

nge Número de unidades geradoras pertencentes as barras PV e $V\theta$.

Pode-se incluir a função barreira logaritmica à função objetivo e transformar as restrições de desigualdade em restrições de igualdade através do uso de variáveis de folga.

Dessa forma, o novo problema de otimização é expresso como:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) - \mu \sum_{i=1}^{nge} \left[\ln(s_{u_{P_{g_i}}}) + \ln(s_{l_{P_{g_i}}}) \right] - \\ & \mu \sum_{i=1}^{nb} \left[\ln(s_{u_{V_i}}) + \ln(s_{l_{V_i}}) \right] - \mu \sum_{i=1}^{nge} \left[\ln(s_{u_{Q_{g_i}}}) + \ln(s_{l_{Q_{g_i}}}) \right] \end{aligned}$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} \Delta P = P_{g_i} - P_{d_i} - P_i(V, \theta) &= 0 \quad (\forall i \in PQ, PV, V\theta) \\ \Delta Q = Q_{g_i} - Q_{d_i} - Q_i(V, \theta) &= 0 \quad (\forall i \in PQ) \\ V_i - V_i^{max} + s_{u_{V_i}} &= 0 \quad (\forall i \in PQ, PV, V\theta) \\ V_i - V_i^{min} - s_{l_{V_i}} &= 0 \quad (\forall i \in PQ, PV, V\theta) \\ P_{g_i} - P_{g_i}^{max} + s_{u_{P_{g_i}}} &= 0 \quad (\forall i \in PV, V\theta) \\ P_{g_i} - P_{g_i}^{min} - s_{l_{P_{g_i}}} &= 0 \quad (\forall i \in PV, V\theta) \\ Q_{g_i} - Q_{g_i}^{max} + s_{u_{Q_{g_i}}} &= 0 \quad (\forall i \in PV, V\theta) \\ Q_{g_i} - Q_{g_i}^{min} - s_{l_{Q_{g_i}}} &= 0 \quad (\forall i \in PV, V\theta) \end{aligned} \quad (4.20)$$

4.7.2 Modelagem do Caso 1

O problema de otimização referente ao *Caso 1* é representado analiticamente como,

$$\min \quad f(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{ngo} \alpha_i (P_{g_i} - P_{g_i}^{ref})^2$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} \Delta P = P_{g_i} - P_{d_i} - P_i(V, \theta) &= 0 \quad (\forall i \in PQ, PV, V\theta, PQV) \\ \Delta Q = Q_{g_i} - Q_{d_i} - Q_i(V, \theta) &= 0 \quad (\forall i \in PQ, PQV) \\ \Delta Q_{cst} = AB_i[Q_{d_i} + Q_i(V, \theta)] - CD &= 0 \quad (\forall i \in P) \\ V_i^{min} \leq V_i \leq V_i^{max} & \quad (\forall i \in PQ, PV, V\theta, PQV, P) \\ P_{g_i}^{min} \leq P_{g_i} \leq P_{g_i}^{max} & \quad (\forall i \in PV, V\theta, P) \\ Q_{g_i}^{min} \leq Q_{g_i} \leq Q_{g_i}^{max} & \quad (\forall i \in PV, V\theta, P) \end{aligned} \quad (4.21)$$

Onde,

ngo Número de unidades geradoras pertencentes as barras *PV* e *Vθ*.

Adicionando a função barreira logarítmica e as variáveis de folga, o problema original é transformando em:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) - \mu \sum_{i=1}^{ngee} \left[\ln(s_{u_{Pg_i}}) + \ln(s_{l_{Pg_i}}) \right] - \\ & \mu \sum_{i=1}^{nb} \left[\ln(s_{u_{V_i}}) + \ln(s_{l_{V_i}}) \right] - \mu \sum_{i=1}^{ngee} \left[\ln(s_{u_{Qg_i}}) + \ln(s_{l_{Qg_i}}) \right] \end{aligned}$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} \Delta P &= P_{g_i} - P_{d_i} - P_i(V, \theta) = 0 & (\forall i \in PQ, PV, V\theta, PQV) \\ \Delta Q &= Q_{g_i} - Q_{d_i} - Q_i(V, \theta) = 0 & (\forall i \in PQ, PQV) \\ \Delta Q_{cst} &= AB_i[Q_{d_i} + Q_i(V, \theta)] - CD = 0 & (\forall i \in P) \\ V_i - V_i^{max} + s_{u_{V_i}} &= 0 & (\forall i \in PQ, PV, V\theta, PQV, P) \\ V_i - V_i^{min} - s_{l_{V_i}} &= 0 & (\forall i \in PQ, PV, V\theta, PQV, P) \\ P_{g_i} - P_{g_i}^{max} + s_{u_{Pg_i}} &= 0 & (\forall i \in PV, V\theta, P) \\ P_{g_i} - P_{g_i}^{min} - s_{l_{Pg_i}} &= 0 & (\forall i \in PV, V\theta, P) \\ Q_{g_i} - Q_{g_i}^{max} + s_{u_{Qg_i}} &= 0 & (\forall i \in PV, V\theta, P) \\ Q_{g_i} - Q_{g_i}^{min} - s_{l_{Qg_i}} &= 0 & (\forall i \in PV, V\theta, P) \end{aligned} \quad (4.22)$$

4.7.3 Modelagem do Caso 2

O problema de otimização referente ao *Caso 2* é representado analiticamente como,

$$\min \quad f(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{ngo} \alpha_i \left(P_{g_i} - P_{g_i}^{ref} \right)^2$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} \Delta P &= P_{g_i} - P_{d_i} - P_i(V, \theta) = 0 & (\forall i \in PQ, PV, V\theta, PQV) \\ \Delta Q &= Q_{g_i} - Q_{d_i} - Q_i(V, \theta) = 0 & (\forall i \in PQ, PQV) \\ \Delta Q_{cst} &= AB_i[Q_{d_i} + Q_i(V, \theta)] - CD = 0 & (\forall i \in P) \\ \Delta V_i &= V_i - V_i^{ref} = 0 & (\forall i \in PV, PQV) \\ V_i^{min} &\leq V_i \leq V_i^{max} & (\forall i \in PQ, V\theta, P) \\ P_{g_i}^{min} &\leq P_{g_i} \leq P_{g_i}^{max} & (\forall i \in PV, V\theta, P) \\ Q_{g_i}^{min} &\leq Q_{g_i} \leq Q_{g_i}^{max} & (\forall i \in PV, V\theta, P) \end{aligned} \quad (4.23)$$

Uma vez adicionado a função barreira logarítmica e as variáveis de folga, obtemos o novo problema:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) - \mu \sum_{i=1}^{ngee} \left[\ln(s_{u_{Pg_i}}) + \ln(s_{l_{Pg_i}}) \right] - \\ & \mu \sum_{i=1}^{nbb} \left[\ln(s_{u_{V_i}}) + \ln(s_{l_{V_i}}) \right] - \mu \sum_{i=1}^{ngee} \left[\ln(s_{u_{Qg_i}}) + \ln(s_{l_{Qg_i}}) \right] \end{aligned}$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} \Delta P &= P_{g_i} - P_{d_i} - P_i(V, \theta) = 0 & (\forall i \in PQ, PV, V\theta, PQV) \\ \Delta Q &= Q_{g_i} - Q_{d_i} - Q_i(V, \theta) = 0 & (\forall i \in PQ, PQV) \\ \Delta Q_{cst} &= AB_i[Q_{di} + Q_i(V, \theta)] - CD = 0 & (\forall i \in P) \\ \Delta V_i &= V_i - V_i^{ref} = 0 & (\forall i \in PV, PQV) \\ V_i - V_i^{max} + s_{u_{V_i}} &= 0 & (\forall i \in PQ, V\theta, P) \\ V_i - V_i^{min} - s_{l_{V_i}} &= 0 & (\forall i \in PQ, V\theta, P) \\ P_{g_i} - P_{g_i}^{max} + s_{u_{Pg_i}} &= 0 & (\forall i \in PV, V\theta, P) \\ P_{g_i} - P_{g_i}^{min} - s_{l_{Pg_i}} &= 0 & (\forall i \in PV, V\theta, P) \\ Q_{g_i} - Q_{g_i}^{max} + s_{u_{Qg_i}} &= 0 & (\forall i \in PV, V\theta, P) \\ Q_{g_i} - Q_{g_i}^{min} - s_{l_{Qg_i}} &= 0 & (\forall i \in PV, V\theta, P) \end{aligned} \quad (4.24)$$

Onde,

$ngee$ Número de unidades geradoras pertencentes as barras PV , $V\theta$ e P .

nbb Número de barras do tipo $V\theta$, P e PQ .

Condições de Não Negatividade das Variáveis de Folga

Para os três casos apresentados anteriormente, s_{u_V} , s_{l_V} , $s_{u_{Pg}}$, $s_{l_{Pg}}$, $s_{u_{Qg}}$ e $s_{l_{Qg}}$ representam vetores colunas contendo as variáveis de folga. Estas variáveis devem ser não negativas na solução ótima.

$$\left[s_{u_V}, s_{l_V}, s_{u_{Pg}}, s_{l_{Pg}}, s_{u_{Qg}}, s_{l_{Qg}} \right] \geq 0 \quad (4.25)$$

4.8 Implementação do Método de Otimização

Nesta seção é apresentado aspectos relacionados à implementação computacional do problema de otimização. Para solução do problema é utilizado o *Método de Pontos Interiores* na sua versão *Primal Dual* [5].

4.8.1 Variáveis de Otimização

As variáveis de otimização considerados no problema são expressas de forma geral como,

$$x = [P_g; \quad V; \quad \theta]^T \quad (4.26)$$

onde,

P_g Geração de potência ativa.

V Módulo de tensão nos barramentos.

θ Ângulo de fase da tensão complexa, sendo definido para todas as barras, com exceção da barra de referência.

Para cada caso de estudo, existe uma peculiaridade na escolha das variáveis de otimização, conforme definido a seguir.

Para o *Caso Base* é definido:

$$x = [P_{g_i}; \quad V_j; \quad \theta_k]^T$$

para,

$$\begin{aligned} \forall i & \in PV, V\theta \\ \forall j & \in PV, PQ, V\theta \\ \forall k & \in PV, PQ \end{aligned}$$

Para o *Caso 1* é definido:

$$x = [P_{g_i}; \quad V_j; \quad \theta_k]^T$$

para,

$$\begin{aligned} \forall i & \in PV, V\theta \\ \forall j & \in PV, PQ, V\theta, P, PQV \\ \forall k & \in PV, PQ, P, PQV \end{aligned}$$

Para o *Caso 2* é definido:

$$x = [P_{g_i}; \quad V_j; \quad \theta_k]^T$$

para,

$$\begin{aligned} \forall i & \in PV, V\theta \\ \forall j & \in PQ, V\theta, P \\ \forall k & \in PV, PQ, P, PQV \end{aligned}$$

4.8.2 Restrições de Igualdade

As restrições de igualdade representam o atendimento do balanço de potência ativa e reativa. Quando introduzidos as restrições de CST, as equações de alinhamento nas barras de regulação também devem ser atendidas.

A seguir são definidos as restrições de igualdade para os três casos de estudo.

Para o *Caso Base* é definido:

$$g(x) = [\Delta P_i, \Delta Q_i]^T \quad (4.27)$$

onde,

$$\begin{aligned} \Delta P_i &= P_{g_i} - P_{d_i} - P_i(V, \theta) = 0 & (\forall i \in PQ, PV, V\theta) \\ \Delta Q_i &= Q_{g_i} - Q_{d_i} - Q_i(V, \theta) = 0 & (\forall i \in PQ) \end{aligned}$$

Para o *Caso 1* é definido:

$$g(x) = [\Delta P_i, \Delta Q_i, \Delta Q_{i_{cst}}]^T \quad (4.28)$$

Onde,

$$\begin{aligned} \Delta P_i &= P_{g_i} - P_{d_i} - P_i(V, \theta) = 0 & (\forall i \in PQ, PV, V, PQV, V\theta) \\ \Delta Q_i &= Q_{g_i} - Q_{d_i} - Q_i(V, \theta) = 0 & (\forall i \in PQ, PQV) \\ \Delta Q_{i_{cst}} &= AB_i[Q_{d_i} + Q_i(V, \theta)] - CD = 0 & (\forall i \in P) \end{aligned}$$

Para o *Caso 2* é definido:

$$g(x) = [\Delta P_i, \Delta Q_i, \Delta Q_{i_{cst}}, \Delta V_i]^T \quad (4.29)$$

Onde,

$$\begin{aligned} \Delta P_i &= P_{g_i} - P_{d_i} - P_i(V, \theta) = 0 & (\forall i \in PQ, PV, PQV, V\theta) \\ \Delta Q_i &= Q_{g_i} - Q_{d_i} - Q_i(V, \theta) = 0 & (\forall i \in PQ, PQV) \\ \Delta Q_{i_{cst}} &= AB_i[Q_{d_i} + Q_i(V, \theta)] - CD = 0 & (\forall i \in P) \\ \Delta V_i &= V_i - V_i^{ref} = 0 & (\forall i \in PV, PQV) \end{aligned}$$

4.8.3 Restrições de Desigualdade

As restrições de desigualdade presentes no problema de otimização são de dois tipos: uma relativa às variáveis de otimização, denominadas *restrições canalizadoras*, e as restrições de desigualdade relativas aos limites das variáveis associadas à geração de potência.

As *restrições canalizadoras* quando adicionadas as variáveis de folga são definidas como,

$$x_h - x_h^{max} + s_{x_u} = 0 \quad (4.30)$$

$$x_h - x_h^{min} - s_{x_l} = 0 \quad (4.31)$$

Para o *Caso Base* é definido:

$$\begin{aligned} x_h &= [P_{g_i}, V_j]^T & (\forall i \in PV, V\theta) & \text{ e } & (\forall j \in PQ, PV, V\theta) \\ x_h^{max} &= [P_{g_i}^{max}, V_j^{max}]^T & (\forall i \in PV, V\theta) & \text{ e } & (\forall j \in PQ, PV, V\theta) \\ x_h^{min} &= [P_{g_i}^{min}, V_j^{min}]^T & (\forall i \in PV, V\theta) & \text{ e } & (\forall j \in PQ, PV, V\theta) \\ s_{x_u} &= [s_{u_{P_{g_i}}}, s_{u_{V_j}}]^T & (\forall i \in PV, V\theta) & \text{ e } & (\forall j \in PQ, PV, V\theta) \\ s_{x_l} &= [s_{l_{P_{g_i}}}, s_{l_{V_j}}]^T & (\forall i \in PV, V\theta) & \text{ e } & (\forall j \in PQ, PV, V\theta) \end{aligned}$$

Para o *Caso 1* é definido:

$$\begin{aligned}
 x_h &= [P_{g_i}, V_j]^T & (\forall i \in PV, V\theta) \quad e \quad (\forall j \in PQ, PV, V\theta, P, PQV) \\
 x_h^{max} &= [P_{g_i}^{max}, V_j^{max}]^T & (\forall i \in PV, V\theta) \quad e \quad (\forall j \in PQ, PV, V\theta, P, PQV) \\
 x_h^{min} &= [P_{g_i}^{min}, V_j^{min}]^T & (\forall i \in PV, V\theta) \quad e \quad (\forall j \in PQ, PV, V\theta, P, PQV) \\
 s_{x_u} &= [s_{u_{P_{g_i}}}, s_{u_{V_j}}]^T & (\forall i \in PV, V\theta) \quad e \quad (\forall j \in PQ, PV, V\theta, P, PQV) \\
 s_{x_l} &= [s_{l_{P_{g_i}}}, s_{l_{V_j}}]^T & (\forall i \in PV, V\theta) \quad e \quad (\forall j \in PQ, PV, V\theta, P, PQV)
 \end{aligned}$$

Para o *Caso 2* é definido:

$$\begin{aligned}
 x_h &= [P_{g_i}, V_j]^T & (\forall i \in PV, V\theta) \quad e \quad (\forall j \in PQ, V\theta, P) \\
 x_h^{max} &= [P_{g_i}^{max}, V_j^{max}]^T & (\forall i \in PV, V\theta) \quad e \quad (\forall j \in PQ, V\theta, P) \\
 x_h^{min} &= [P_{g_i}^{min}, V_j^{min}]^T & (\forall i \in PV, V\theta) \quad e \quad (\forall j \in PQ, V\theta, P) \\
 s_{x_u} &= [s_{u_{P_{g_i}}}, s_{u_{V_j}}]^T & (\forall i \in PV, V\theta) \quad e \quad (\forall j \in PQ, V\theta, P) \\
 s_{x_l} &= [s_{l_{P_{g_i}}}, s_{l_{V_j}}]^T & (\forall i \in PV, V\theta) \quad e \quad (\forall j \in PQ, V\theta, P)
 \end{aligned}$$

Por outro lado, as restrições de desigualdade relativas às variáveis associadas à geração de potência quando adicionadas às variáveis de folga são representadas como:

$$h(x) - h^{max} + s_u = 0 \quad (4.32)$$

$$h(x) - h^{min} - s_l = 0 \quad (4.33)$$

Para o *Caso Base* é definido:

$$\begin{aligned}
 h(x) &= Q_{g_i} & (\forall i \in PV, V\theta) \\
 h^{max} &= Q_{g_i}^{max} & (\forall i \in PV, V\theta) \\
 h^{min} &= Q_{g_i}^{min} & (\forall i \in PV, V\theta)
 \end{aligned}$$

Para o *Caso 1* é definido:

$$\begin{aligned} h(x) &= [P_{g_i}, Q_{g_j}]^T & (\forall i \in P) \quad e \quad (\forall j \in PV, V\theta, P) \\ h^{max} &= [P_{g_1}^{max}, Q_{g_j}^{max}]^T & (\forall i \in P) \quad e \quad (\forall j \in PV, V\theta, P) \\ h^{min} &= [P_{g_i}^{min}, Q_{g_j}^{min}]^T & (\forall i \in P) \quad e \quad (\forall j \in PV, V\theta, P) \end{aligned}$$

Para o *Caso 2* é definido:

$$\begin{aligned} h(x) &= [P_{g_i}, Q_{g_j}]^T & (\forall i \in P) \quad e \quad (\forall j \in PV, V\theta, P) \\ h^{max} &= [P_{g_1}^{max}, Q_{g_j}^{max}]^T & (\forall i \in P) \quad e \quad (\forall j \in PV, V\theta, P) \\ h^{min} &= [P_{g_i}^{min}, Q_{g_j}^{min}]^T & (\forall i \in P) \quad e \quad (\forall j \in PV, V\theta, P) \end{aligned}$$

4.8.4 Função Lagrangeana

Para o problema de otimização definido em 4.20, 4.22 e 4.24, a *Função Lagrangeana* é expressa como:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(x, \lambda, \pi, s) &= f(x) - \mu e_x^t [\ln(s_{x_u}) + \ln(s_{x_l})] - \dots \\ &\quad \mu e^t [\ln(s_u) + \ln(s_l)] - \dots \\ &\quad \lambda^t g(x) - \pi_{x_u}^t (x_u - x_h^{max} + s_{x_u}) - \dots \\ &\quad \pi_{x_l}^t (x_l - x_h^{min} - s_{x_l}) - \dots \\ &\quad \pi_u^t (h(x) - h^{max} + s_u) - \dots \\ &\quad \pi_l^t (h(x) - h^{min} - s_l) \end{aligned} \tag{4.34}$$

onde,

e_x	Vetor coluna unitário associado as restrições canalizadoras.
e	Vetor coluna unitário associado as restrições de geração de potência.
λ	Vetor coluna formado pelos multiplicadores duais associados às restrições de igualdade.
π_{x_u}	Vetor coluna cujos componentes são os multiplicadores duais associados aos limites máximos da variáveis de otimização.
π_{x_l}	Vetor coluna cujos componentes são os multiplicadores duais associados aos limites mínimos da variáveis de otimização.

- π_u Vetor coluna cujos componentes são os multiplicadores duais associados aos limites máximos das variáveis de geração.
- π_l Vetor coluna cujos componentes são os multiplicadores duais associados aos limites mínimos das variáveis de geração.

4.8.5 Condições de Karush-Kuhn-Tucker

Aplicando as condições de otimalidade de primeira ordem de *Karush-Kuhn-Tucker* na Eq. 4.34, obtemos,

$$\begin{aligned} \nabla_x \mathcal{L} = 0 &= \nabla_x f(x) - \nabla_x g(x)^t \lambda - \dots \\ &\quad \nabla_x h(x)^t (\pi_u + \pi_l) - (\pi_{x_u} + \pi_{x_l}) \end{aligned} \quad (4.35)$$

$$\nabla_{s_{x_u}} \mathcal{L} = 0 = \mu e_x + S_{x_u} \pi_{x_u} \quad (4.36)$$

$$\nabla_{s_{x_l}} \mathcal{L} = 0 = \mu e_x - S_{x_l} \pi_{x_l} \quad (4.37)$$

$$\nabla_{s_u} \mathcal{L} = 0 = \mu e + S_u \pi_u \quad (4.38)$$

$$\nabla_{s_l} \mathcal{L} = 0 = \mu e - S_l \pi_l \quad (4.39)$$

$$\nabla_\lambda \mathcal{L} = 0 = -g(x) \quad (4.40)$$

$$\nabla_{\pi_{x_u}} \mathcal{L} = 0 = -(x_h - x_h^{max} + s_{x_u}) \quad (4.41)$$

$$\nabla_{\pi_{x_l}} \mathcal{L} = 0 = -(x_h - x_h^{min} - s_{x_l}) \quad (4.42)$$

$$\nabla_{\pi_u} \mathcal{L} = 0 = -[h(x) - h^{max} + s_u] \quad (4.43)$$

$$\nabla_{\pi_l} \mathcal{L} = 0 = -[h(x) - h^{min} - s_l] \quad (4.44)$$

onde,

$\nabla_x f(x)$ Vetor gradiente da função objetivo $f(x)$.

$\nabla_x h(x)$ Matriz formada pelas derivadas de primeira ordem de $h(x)$ em função das variáveis de otimização.

$J(x) = \nabla_x g(x)$ Matriz formada pelas derivadas de primeira ordem de $g(x)$ em função das variáveis de otimização.

$S_{x_u} = \text{diag}(s_{x_u})$ Matriz diagonal formado pelas variáveis de folga associadas as variáveis de otimização sujeitas a restrições de desigualdade (*limite superior*).

$S_{x_l} = \text{diag}(s_{x_l})$ Matriz diagonal de dimensão formado pelas variáveis de folga associadas as variáveis de otimização sujeitas a restrições de desigualdade (*limite inferior*).

$S_u = \text{diag}(s_u)$ Matriz diagonal formado pelas variáveis de folga associadas as variáveis de geração de potência reativa sujeita a restrições de desigualdade (*limite superior*).

$S_u = \text{diag}(s_u)$ Matriz diagonal formado pelas variáveis de folga associadas as variáveis de geração de potência reativa sujeita a restrições de desigualdade (*limite inferior*).

Na solução ótima, as condições de complementariedade devem ser satisfeitas, sendo que as variáveis de folga e os multiplicadores duais relativos às restrições de desigualdade devem ser não negativos.

$$s_{x_u} \geq 0, \quad s_{x_l} \geq 0, \quad s_u \geq 0, \quad s_l \geq 0 \quad (4.45)$$

$$\pi_{x_u} \geq 0, \quad \pi_{x_l} \geq 0, \quad \pi_u \geq 0, \quad \pi_l \geq 0 \quad (4.46)$$

4.8.6 Solução Vía Método de Newton Raphson

O sistema definido na Equação (4.35) a (4.44) é resolvido utilizando o método de Newton Raphson. Dessa forma, as equações são expandidas em série de Taylor até o termo de primeira ordem no ponto (x, λ, π, s) e na direção $(\Delta x, \Delta \lambda, \Delta \pi, \Delta s)$, obtendo-se:

$$\begin{aligned} & \left[\nabla_x^2 f(x) - \sum_{i=1}^M \nabla_x^2 g_i(x)^t - \sum_{j=1}^N \nabla_x^2 h_j(x) (\pi_{u_i} + \pi_{l_i}) \right] \Delta x + \dots \\ & \nabla_x f(x) - \nabla_x g(x)^t (\lambda + \Delta \lambda) - \nabla_x h(x)^t (\pi_u + \Delta \pi_u + \pi_l + \Delta \pi_l) - \dots \\ & \quad (\pi_{x_u} + \Delta \pi_{x_u} + \pi_{x_l} + \Delta \pi_{x_l}) = 0 \\ & \mu e_x + (S_{x_u} \pi_{x_u} + \Pi_{x_u} \Delta s_{x_u} + S_{x_u} \Delta \pi_{x_u}) = 0 \\ & \mu e_x - (S_{x_l} \pi_{x_l} + \Pi_{x_l} \Delta s_{x_l} + S_{x_l} \Delta \pi_{x_l}) = 0 \\ & \mu e + (S_u \pi_u + \Pi_u \Delta s_u + S_u \Delta \pi_u) = 0 \\ & \mu e - (S_l \pi_l + \Pi_l \Delta s_l + S_l \Delta \pi_l) = 0 \\ & \quad - [\nabla_x g(x) \Delta x + g(x)] = 0 \\ & \quad - [\Delta x_h + x_h - x^{max} + s_{x_u} + \Delta s_{x_u}] = 0 \\ & \quad - [\Delta x_h + x_h - x^{min} - s_{x_l} - \Delta s_{x_l}] = 0 \\ & \quad - [\nabla_x h(x) \Delta x + h(x) - h^{max} + s_u + \Delta s_u] = 0 \\ & \quad - [\nabla_x h(x) \Delta x + h(x) - h^{min} - s_l - \Delta s_l] = 0 \end{aligned} \quad (4.47)$$

O sistema (4.47) é simplificado considerando apenas os termos de primeira ordem à esquerda da igualdade, obtendo-se:

$$\begin{aligned}
 & \left[\nabla_x^2 f(x) - \sum_{i=1}^M \nabla_x^2 g_i(x)^t \lambda_i - \sum_{i=1}^N \nabla_x^2 h_j(x)^t (\pi_{u_j} + \pi_{l_j}) \right] \Delta x - \dots \\
 & \quad \nabla_x g(x)^t (\Delta \lambda) - \nabla_x h(x)^t (\Delta \pi_u + \Delta \pi_l) - (\Delta \pi_{x_u} + \Delta \pi_{x_l}) = \\
 & \quad - [\nabla_x f(x) - \nabla_x g(x)^t (\lambda) - \nabla_x h(x)^t (\pi_u + \pi_l) - (\pi_{x_u} + \pi_{x_l})] \\
 & \quad \Pi_{x_u} \Delta s_{x_u} + S_{x_u} \Delta \pi_{x_u} = - [\mu e_x + S_{x_u} \pi_{x_u}] \\
 & \quad - \Pi_{x_l} \Delta s_{x_l} - S_{x_l} \Delta \pi_{x_l} = - [\mu e_x - S_{x_l} \pi_{x_l}] \\
 & \quad \Pi_u \Delta s_u + S_u \Delta \pi_u = - [\mu e + S_u \pi_u] \\
 & \quad - \Pi_l \Delta s_l - S_l \Delta \pi_l = - [\mu e - S_l \pi_l] \\
 & \quad - \nabla_x g(x) \Delta x = g(x) \\
 & \quad - \Delta x_h - \Delta s_{x_u} = x_h - x^{max} + s_{x_u} \\
 & \quad - \Delta x_h + \Delta s_{x_l} = x_h - x^{min} - s_{x_l} \\
 & \quad - \nabla_x h(x) \Delta x - \Delta s_u - \Delta s_l = h(x) - h(x)^{max} + s_u \\
 & \quad - \nabla_x h(x) \Delta x + \Delta s_l - \Delta s_u = h(x) - h(x)^{min} - s_l
 \end{aligned} \tag{4.48}$$

O sistema (4.48) pode ser colocado na forma matricial através de um sistema linear, sendo expresso como,

$$Ax = b \tag{4.49}$$

onde,

$$A = \begin{pmatrix} H(x, \lambda, \pi_l, \pi_u) & 0 & 0 & -J(x)^t & -\nabla_x h(x)^t & -\nabla_x h(x)^t \\ 0 & \Pi_l & 0 & 0 & -S_l & 0 \\ 0 & 0 & \Pi_u & 0 & 0 & S_u \\ -J(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\nabla_x h(x) & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\nabla_x h(x) & 0 & -I & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{4.50}$$

$$x = \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta s_l \\ \Delta s_u \\ \Delta \lambda \\ \Delta \pi_l \\ \Delta \pi_u \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -t \\ -v_l \\ -v_u \\ g(x) \\ y_l \\ y_u \end{pmatrix} \tag{4.51}$$

Na Equação 4.50 e 4.51, podemos definir,

$$H = \nabla_x^2 f(x) - \sum_{i=1}^M \lambda_i \nabla_x^2 g_i(x) - \sum_{j=1}^N (\pi_{l_j} + \pi_{u_j}) \nabla_x^2 h_j(x) \quad (4.52)$$

e,

$$t = \nabla_x f(x) - \nabla_x g(x)^t \lambda - \nabla_x h(x)^t (\pi_u + \pi_l) - (\pi_{x_u} + \pi_{x_l}) \quad (4.53)$$

onde, M faz referência ao número de restrições de igualdade, e N representa o número de restrições de desigualdade. Ambos parâmetros dependem do caso de estudo considerado.

4.8.7 Atualização das Variáveis

As variáveis primais e duais são atualizadas quando resolvido o sistema linear 4.49.

As variáveis primais são atualizadas como:

$$\begin{aligned} x^{k+1} &= x^k + \tau \gamma \Delta x^k \\ s_{x_u}^{k+1} &= s_{x_u}^k + \tau \gamma \Delta s_{x_u}^k \\ s_{x_l}^{k+1} &= s_{x_l}^k + \tau \gamma \Delta s_{x_l}^k \\ s_u^{k+1} &= s_u^k + \tau \gamma \Delta s_u^k \\ s_l^{k+1} &= s_l^k + \tau \gamma \Delta s_l^k \end{aligned} \quad (4.54)$$

As variáveis duais são atualizadas como:

$$\begin{aligned} \lambda^{k+1} &= \lambda^k + \tau \gamma \Delta \lambda^k \\ \pi_{x_u}^{k+1} &= \pi_{x_u}^k + \tau \gamma \Delta \pi_{x_u}^k \\ \pi_{x_l}^{k+1} &= \pi_{x_l}^k + \tau \gamma \Delta \pi_{x_l}^k \\ \pi_u^{k+1} &= \pi_u^k + \tau \gamma \Delta \pi_u^k \\ \pi_l^{k+1} &= \pi_l^k + \tau \gamma \Delta \pi_l^k \end{aligned} \quad (4.55)$$

onde,

τ Constante cuja finalidade é garantir que as variáveis π e s não se anulem. O valor normalmente utilizado é de 0.9995.

A solução da Equação 4.54 e 4.55 fornece os incrementos nas variáveis primais e duais do problema de otimização.

Em contrapartida, a não violação das restrições de não-negatividades das variáveis de folga e de sinais dos multiplicadores duais é assegurada calculando-se o comprimento de passo no espaço primal e dual, conforme,

$$\gamma = \min [\gamma_p \quad \gamma_d \quad 1.0] \quad (4.56)$$

onde,

$$\gamma_p = \min \left[\min_{\Delta s_{x_u} < 0} \frac{s_{x_u}}{|\Delta s_{x_u}|}, \min_{\Delta s_{x_l} < 0} \frac{s_{x_l}}{|\Delta s_{x_l}|}, \min_{\Delta s_u < 0} \frac{s_u}{|\Delta s_u|}, \min_{\Delta s_l < 0} \frac{s_l}{|\Delta s_l|} \right] \quad (4.57)$$

$$\gamma_d = \min \left[\min_{\Delta \pi_{x_u} > 0} \frac{-\pi_{x_u}}{|\Delta \pi_{x_u}|}, \min_{\Delta \pi_{x_l} < 0} \frac{\pi_{x_l}}{|\Delta \pi_{x_l}|}, \min_{\Delta \pi_u > 0} \frac{-\pi_u}{|\Delta \pi_u|}, \min_{\Delta \pi_l < 0} \frac{\pi_l}{|\Delta \pi_l|} \right] \quad (4.58)$$

Por último, o parâmetro barreira é atualizado no final de cada iteração conforme,

$$\mu = \beta \left[\frac{-(s_{x_u})^t (\pi_{x_u}) + (s_{x_l})^t (\pi_{x_l}) - (s_u)^t (\pi_u) + (s_l)^t (\pi_l)}{l} \right] \quad (4.59)$$

onde,

l Número de restrições de desigualdade.

4.8.8 Critérios de Convergência

O processo iterativo possui dois testes de verificação para efeito de convergência. O primeiro teste é feito no vetor b do sistema linear completo em 4.49. A norma infinita deste vetor deve ser menor a uma tolerância definida como tol_{grad} .

$$|b|_\infty \leq tol_{grad} \quad (4.60)$$

onde, $tol_{grad} = 1e^{-03}$.

O segundo teste é realizado no decréscimo do parâmetro barreira μ , conforme:

$$\mu \leq \mu_{tol} \quad (4.61)$$

onde, $\mu_{tol} = 1e^{-06}$

4.9 Comentários Finais

Nesta seção foi apresentado a modelagem matemática do problema de otimização para os três casos de estudo definido. Primeiramente foi modelado o problema de otimização na procura de despachos de potência ativa sem restrições de CST. Na sequência, foi introduzido as restrições de CST para dois casos de estudo: 1) mantendo variável a tensão dos barramentos dentro dos valores permitidos e 2) mantendo fixo a tensão nas barras tipo PQ e PQV. Para solução do problema de otimização foi utilizado o *Método de Pontos Interiores* na sua versão *Primal Dual*.

5 Resultados Numéricos

5.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos para os sistemas testes *IEEE 30 barras* e *New England 39 barras*. Para esta finalidade, utilizou-se o ambiente MATLAB para implementação do algoritmo computacional.

Inicialmente são descritos os sistemas testes utilizados e os objetivos principais a serem atingidos. Posteriormente são apresentados os resultados obtidos utilizando a modelagem apresentado no capítulo 4.

A função objetivo a ser minimizada procura soluções de *Mínimo Desvio Quadrático de uma Distribuição de Potência Ativa Pré-Especificada (MDQ-PAP)*, sendo referido como solução de um despacho de potência ativa no presente trabalho. O fator de ponderação utilizado na função objetivo é expresso como:

$$\alpha_i = \frac{1}{P_{g_i}^{max} - P_{g_i}^{min}} \quad (5.1)$$

Onde, i representa a i -ésima unidade geradora participante da minimização da função objetivo.

Analisando a Equação 5.1, verifica-se que quanto maior o fator de ponderação, menor a tendência do processo de otimização de atribuir grandes desvios de $P_{g_i}^{esp}$ para a i -ésima unidade geradora. Esta escolha maximiza a reserva de ativos de forma que as unidades geradoras fornecem potências ativas proporcionais às suas capacidade nominais de geração.

É importante enfatizar que no *Caso Base*, a geração de potência ativa de todas as unidades geradoras contribuem com seus fatores de ponderação minimizando a função objetivo. Entretanto, para o *Caso 1* e no *Caso 2*, a geração de potência ativa das unidades modeladas como barras de regulação são retiradas, mantendo-se fixas no decorrer do processo iterativo.

Algumas considerações são estabelecidas para efeito de simplificação do problema, sendo as seguintes:

- A *Especificação da Distribuição de Potência Ativa* ($P_{gi}^{esp} = 0$) em todos os casos de estudo.
- Os *Transformadores com Taps Variável* não fazem parte do vetor variáveis de otimização, sendo fixas nos valores iniciais.
- A metodologia para escolha das áreas de controle, barras de regulação e barras pilotos não fazem parte desta dissertação de mestrado. Estas informações são fornecidas previamente para efeito de simulação.
- As unidades geradoras que participam do CST são apenas os geradores síncronos
- As simulações são realizadas em regime permanente de operação.

5.2 Principais Objetivos

Os objetivos principais visados neste capítulo são resumidos a seguir:

1. Observar uma melhoria no perfil de tensão quando introduzidos esquemas de CST no sistema.
2. Verificar o melhor uso das reservas de potência reativa em sistemas que operam sob esquemas de CST, sendo observado uma melhor distribuição da potência reativa nas unidades geradoras.
3. Analisar o comportamento das perdas elétricas na transmissão para os diferentes casos de estudo.
4. Observar o atendimento das equações de alinhamento na solução ótima através dos fatores de participação das unidades geradoras que fazem parte do CST.

5.3 Sistemas Testes Para Estudo

As características dos sistemas testes utilizados nas simulações são resumidos na Tabela 5.1. A primeira e segunda coluna representam o número de barras (Nb) e número de linhas de transmissão (Nlt). A terceira coluna mostra o número de transformadores (Nlt), enquanto que a quarta coluna mostra o número de geradores (Nger).

As informações referentes aos dados de barramentos e dados das linhas de transmissão dos sistemas testes são detalhados no Apêndice A e B.

Sistemas	Nb	Nlt	Ntraf	Nger
IEEE 30 Barras	30	41	4	6
New England 39 Barras	39	46	12	12

Tabela 5.1 – Dimensões dos Sistemas Testes.

5.4 Resultados IEEE 30 Barras

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos para o sistema teste *IEEE 30 Barras*. O sistema é apresentado na Figura 5.1.

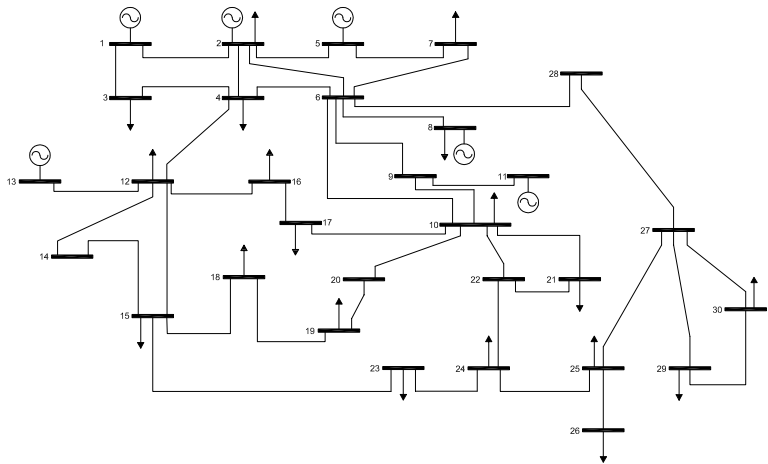


Figura 5.1 – Sistema Teste IEEE 30 Barras.

A Tabela 5.2 mostra as barras piloto e as unidades geradoras definidas em cada área de controle para os casos que contemplam esquemas de CST. Para este propósito, o número de barras piloto é igual ao número de áreas de controle.

As Tabelas 5.3 e 5.4 mostram os geradores síncronos que fazem parte do CST e as capacidades das unidades geradoras em termos de geração de potência ativa e reativa.

IEEE 30 Barras		
Áreas	Barras Piloto	Geradores
1	3	1,2,13
2	7	5,11
3	26	8

Tabela 5.2 – Áreas de Controle - IEEE 30 Barras.

IEEE 30 Barras	
Áreas	Geradores
1	2,13
2	5,11
3	8

Tabela 5.3 – Geradores Síncronos Participantes do CST.

IEEE 30 Barras				
Geradores	Q_g^{min}	Q_g^{max}	P_g^{min}	P_g^{max}
1	-100	100	0	300
2	-50	50	0	100
5	-50	50	0	100
8	-50	50	0	100
11	-50	50	0	100
13	-50	50	0	100

Tabela 5.4 – Capacidade das Unidades Geradoras.

5.4.1 Análise do Perfil de Tensão

A Figura 5.2 mostra o *Perfil de Tensão (PT)* para os três casos de estudo. O limite mínimo para o módulo da tensão foi definido em 0,900 pu, enquanto que o limite máximo foi de 1,10 pu.

De forma a quantificar a dispersão existente em relação ao perfil plano de tensão (1pu), foi calculado o desvio padrão para os três casos de estudo. Para o *Caso Base* foi verificado uma dispersão de 0,0822 unidade, enquanto que no *Caso 1* e no *Caso 2* foram constatados desvios de 0,0173 e 0,0220 unidades respectivamente. Ressalta-se que quando a dispersão for próximo de zero, o perfil de tensão do sistema torna-se muito próximo do perfil plano desejado.

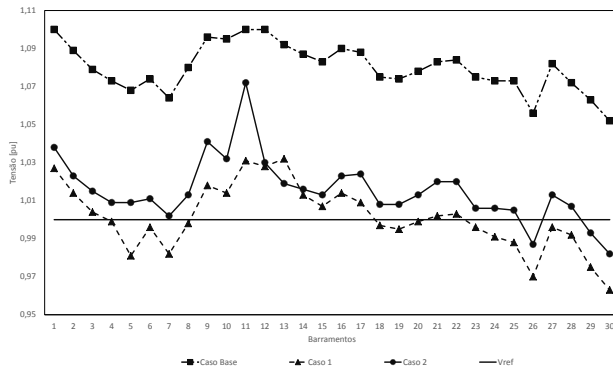


Figura 5.2 – PT no Sistema - IEEE 30 Barras.

O desvio de maior valor observado corresponde ao *Caso Base*. Nesta situação, observa-se que existem vários barramentos operando próximo do limite máximo permitido, caracterizando uma condição de operação não adequada para operação do sistema.

Em contrapartida, no *Caso 1* e no *Caso 2*, menores desvios são observados, trazendo melhores níveis de tensão no sistema. O cenário de melhor regulação de tensão corresponde ao *Caso 1*.

Outra forma de observar a melhoria do perfil de tensão quando incluídos as restrições de CST é através de uma análise das áreas de controle, conforme mostra a Figura 5.3. Verifica-se que a tensão das barras piloto é reduzida com a inclusão das restrições de CST para o *Caso 1*, sendo que no *Caso 2* permanece fixa no valor definido previamente. Assim, o módulo da tensão dos barramentos adjacentes à barra piloto vêm-se reduzidas quando comparado ao *Caso Base*, acompanhando o comportamento das barras piloto.

5.4.2 Análise da Geração de Potência Reativa

A Figura 5.4 mostra a *Geração de Potência Reativa (GPR)* e os *Fatores de Participação Reativos (FPR)* das unidades geradoras para os três casos de estudo agrupados em cada área de controle.

Na área de controle 1 existem as unidades geradoras **Ger1**, **Ger2** e **Ger13**, enquanto que na área de controle 2 encontram-se as unidades geradoras **Ger5** e **Ger11**. Na área de controle 3 observamos apenas a unidade

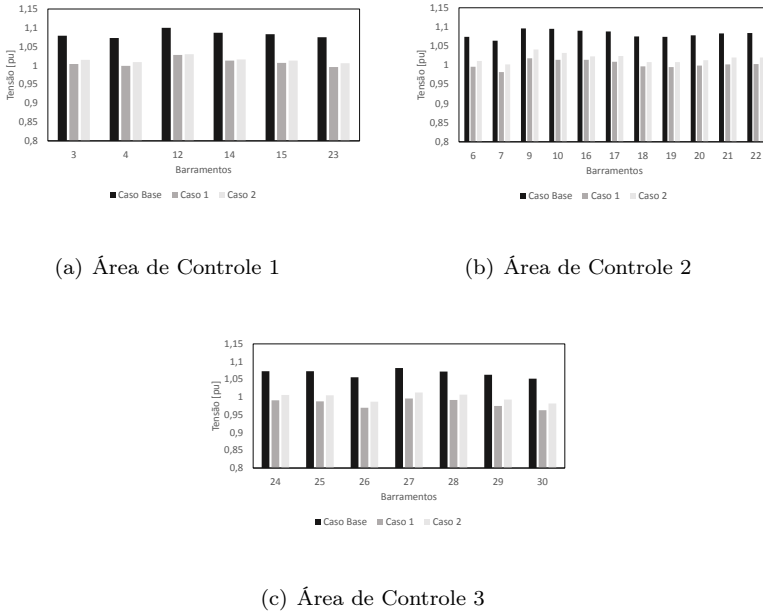


Figura 5.3 – PT nas Áreas de Controle - IEEE 30 Barras.

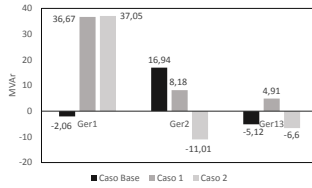
geradora **Ger8**, sendo uma área de controle que não é considerada para estudos de implementação de CST por possuir apenas uma unidade geradora.

A barra de referência do sistema corresponde ao barramento 1 que possui a unidade geradora **Ger1**.

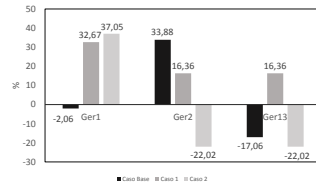
Os fatores de participação estão expressos em porcentagens e definem a relação entre a potência reativa gerada e sua capacidade mínima ou máxima de geração.

No *Caso Base*, observa-se que as unidades geradoras operam com distintos FPR, não sendo considerados as capacidades das mesmas para despacho de reativos. Em consequência, aparecimentos de níveis elevados de tensão são observados, conforme visto na Figura 5.2.

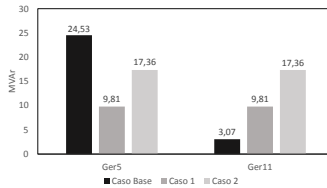
Por outro lado, no *Caso 1* e no *Caso 2*, uma vez incluídos as equações de alinhamento das unidades geradoras que participam do CST, verifica-se que o despacho de potência reativa é realizado com mesmo FPR. Assim, as unidades geradoras que participam do CST na área de controle 1, especificamente



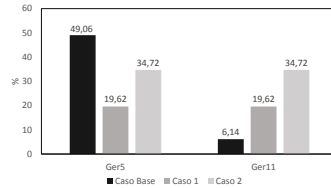
(a) GPR - Área de Controle 1



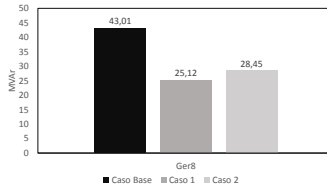
(b) FPR - Área de Controle 1



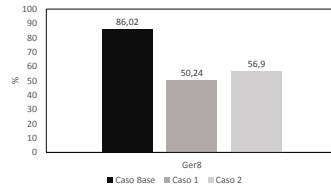
(c) GPR - Área de Controle 2



(d) FPR - Área de Controle 2



(e) GPR - Área de Controle 3



(f) FPR - Área de Controle 3

Figura 5.4 – GPR e FPR - IEEE 30 Barras.

as unidades **Ger2** e **Ger13**, proporcionam potência reativa conforme suas capacidades nominais de geração. O mesmo fato é observado na área de controle 2, onde as unidades **Ger5** e **Ger11** apresentam mesmo FPR para despacho de potência reativa.

A inclusão das restrições de CST caracteriza um melhor despacho de potência reativa nas diversas áreas de controle, melhorando consigo o perfil de tensão do sistema.

5.4.3 Análise da Reserva de Potência Reativa

As *Reservas de Potência Reativa (RPR)* são avaliadas a partir da *Geração Líquida de Potência Reativa (GLPR)* em cada área de controle e no sistema.

A Figura 5.5a mostra a GLPR do sistema, sendo que o melhor cenário de RPR corresponde ao *Caso Base* quando comparado ao *Caso 1* e ao *Caso 2*. Entretanto, como foi visto anteriormente, esta situação produz níveis elevados de tensão em todo o sistema, demonstrando uma falta de suporte de reativo. Já no *Caso 1* e *Caso 2*, as RPRs são reduzidas em relação ao *Caso Base*. Contudo, melhores níveis de tensão são observados em todo o sistema.

Por outro lado, a Figura 5.5b mostra a GLPR nas áreas de controle, verificando-se que no *Caso Base* existe uma tendência de atribuir grandes blocos de reativos na área de controle 2, sendo que as áreas de controle 1 e 3 contribuem com menor geração líquida de reativos. Assim, conclui-se que existe uma distribuição não muito homogênea das RPR entre as diversas áreas de controle, caracterizando níveis de tensão não muito adequados no sistema.

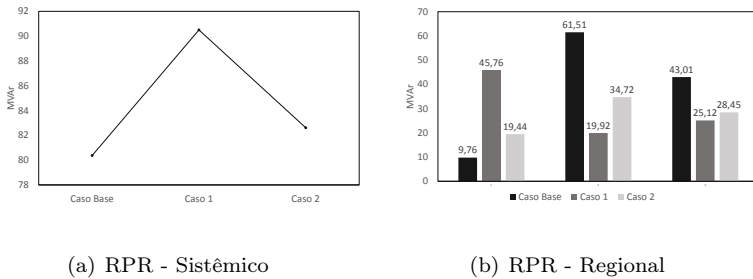
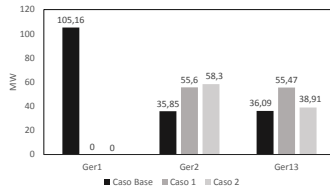


Figura 5.5 – GLPR - IEEE 30 Barras.

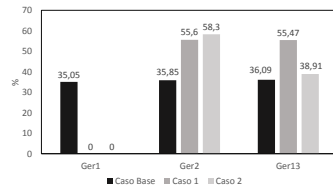
Já no *Caso 1* e no *Caso 2*, com a inclusão das restrições de CST, observa-se uma melhor distribuição das RPR nas diversas áreas de controle, caracterizando níveis mais adequados de tensão no sistema.

5.4.4 Análise da Geração de Potência Ativa

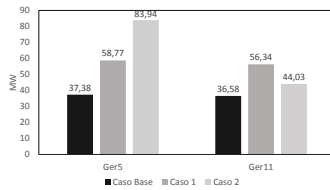
A Figura 5.6 mostra a *Geração de Potência Ativa (GPA)* e os *Fatores de Participação Ativos (FPA)* das unidades geradoras agrupadas nas áreas de controle. A demanda de potência ativa solicitada pelo sistema é de 283,40 MW.



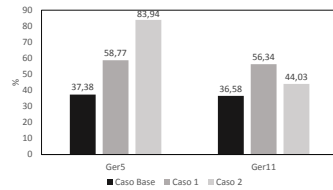
(a) GPA - Área de Controle 1



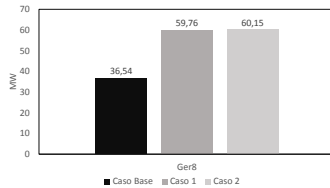
(b) FPA - Área de Controle 1



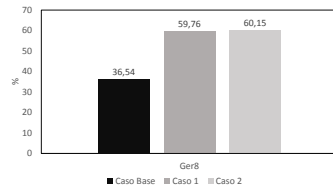
(c) GPA - Área de Controle 2



(d) FPA - Área de Controle 2



(e) GPA - Área de Controle 3



(f) FPA - Área de Controle 3

Figura 5.6 – GPA e FPA - IEEE 30 Barras.

No *Caso Base*, observa-se que existe uma tendência das unidades geradoras suministrarem potência ativa conforme suas capacidades nominais de geração. Como exemplo, na área de controle 1, as unidades operam com FPA muito próximos. A mesma situação é visualizado na área de controle 2.

O despacho de potência ativa condiz com o fator de ponderação escolhido na função objetivo, existindo um fator que penaliza uma distribuição homogênea entre as diversas unidades geradoras.

Por outro lado, no *Caso 1* e no *Caso 2*, o FPA das unidades geradoras é alterado quando comparado ao *Caso Base*, sendo verificado diferentes FPA

para as unidades geradoras nas áreas de controle. Assim, atende-se por um lado as equações de alinhamento nas barras de regulação, porem uma distribuição de potência ativa homogênea não é possível de ser atendida.

5.4.5 Análise das Perdas Elétricas

As *Perdas Elétricas na Transmissão (PET)* para os três casos de estudo são observados na Figura 5.7. Verifica-se que para o *Caso Base*, as perdas elétricas na transmissão são superiores aos *Caso 1* e *Caso 2*, quando é considerado as restrições de CST.

A decisão de manter o módulo da tensão fixa nas barras piloto *PQV* possibilita uma redução das perdas elétricas quando comparado ao caso onde o módulo da tensão é variável dentro dos valores permitidos.

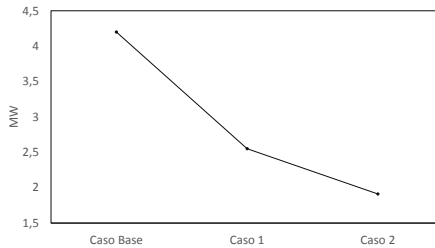


Figura 5.7 – PET - IEEE 30 barras.

5.4.6 Análise da Função Objetivo

O valor da função objetivo no decorrer do processo iterativo é mostrado na Figura 5.8. Verifica-se que para o *Caso Base*, no final do processo iterativo, o valor da função objetivo é aproximadamente 0,6 unidades. Já no *Caso 1* e no *Caso 2*, o valor da função objetivo é praticamente nulo na solução ótima. A inclusão das restrições de CST garante menores desvios de potência quando comparado ao despacho de potência ativa pré-especificada.

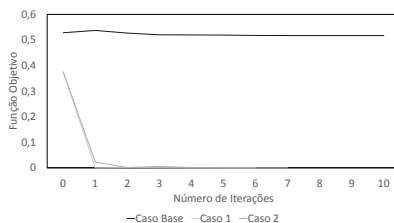


Figura 5.8 – Valor de Função objetivo - IEEE 30 barras.

5.4.7 Comentários Finais

Os resultados obtidos no sistema *IEEE 30 barras* mostram que a inclusão das restrições de CST produz uma significativa melhora na condição de operação do sistema, observando-se melhores níveis de tensão, redução das perdas elétricas e uma melhor distribuição das reservas de potência reativa nas diversas áreas do sistema.

5.5 Resultados New England 39 Barras

Nesta seção é avaliado a metodologia implementada no sistema teste *New England 39 barras*. O sistema teste é observado na Figura 5.9.

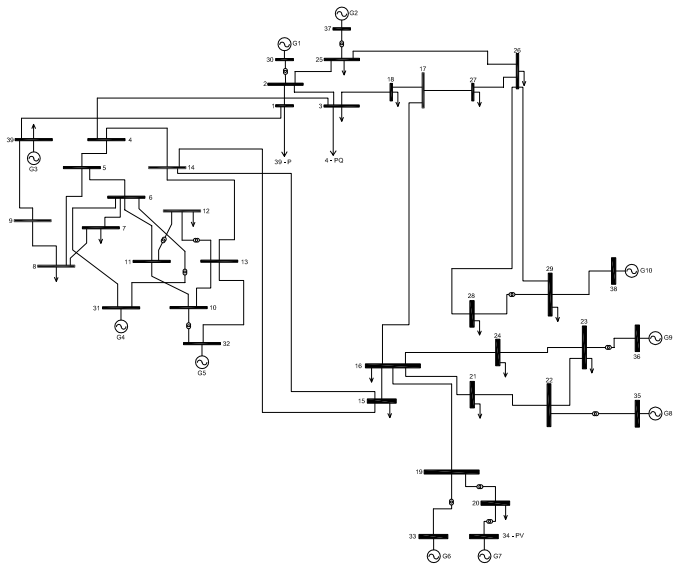


Figura 5.9 – Sistema New England 39 Barras.

A Tabela 5.5 mostra as barras piloto e as unidades geradoras presentes no sistema, existindo apenas uma barra piloto para cada área de controle.

New England 39 Barras		
Áreas de Controle	Barras Piloto	Unidades Geradores
1	7	31,32,39
2	3	30,37
3	22	33,34,35,36,38

Tabela 5.5 – Áreas de Controle - New England 39 Barras.

A Tabela 5.6 mostra os geradores síncronos que fazem parte do CST.

New England 39 Barras	
Áreas de Controle	Geradores Participantes CST
1	32,39
2	30,37
3	33,35

Tabela 5.6 – Geradores Síncronos Participantes do CST.

As capacidades das unidades geradoras em termos de geração de potência ativa e reativa são definidas na Tabela 5.7.

New England 39 Barras				
Unidades Geradores	Q_g^{min}	Q_g^{max}	P_g^{min}	P_g^{max}
30	-140	400	0	450
31	-100	350	0	700
32	-150	300	0	850
33	-150	250	0	800
34	-120	200	0	650
35	-100	300	0	800
36	-140	240	0	700
37	-150	250	0	680
38	-150	300	0	980
39	-100	300	0	1200

Tabela 5.7 – Capacidade de Unidades Geradoras.

5.5.1 Análise do Perfil de Tensão

A Figura 5.10 mostra o *Perfil de Tensão (PT)* para os três casos de estudo. O limite mínimo estabelecido para efeito de simulação foi de $0,900 pu$, enquanto que o limite máximo foi de $1,100 pu$.

Novamente é utilizado o desvio padrão de forma a quantificar a dispersão existente entre o perfil de tensão dos casos considerados e o perfil de tensão plano desejado ($1pu$).

O *Caso Base* apresenta uma dispersão de 0,086 unidade, enquanto que o *Caso 1* e o *Caso 2* apresentam desvios de 0,0769 e 0,0174 unidades respectivamente. Assim, a inclusão das restrições de CST caracteriza melhores níveis de tensão em todo o sistema quando comparado ao *Caso Base*, sendo o *Caso 2* o cenário de melhor regulação de tensão observado.

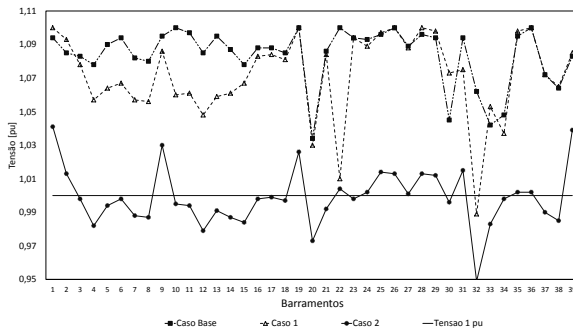


Figura 5.10 – PT no Sistema - New England 39 Barras.

O perfil de tensão pode ser visualizado em cada área de controle conforme mostra a Figura 5.11. Verifica-se que a tensão das barras piloto é melhorada em cada área de controle quando incluídos as restrições de CST, utilizando como referência o perfil de tensão obtido no *Caso Base*. Em consequência, o módulo da tensão dos outros barramentos acompanham este comportamento, sendo observados níveis de tensão mais adequados em cada área de controle.

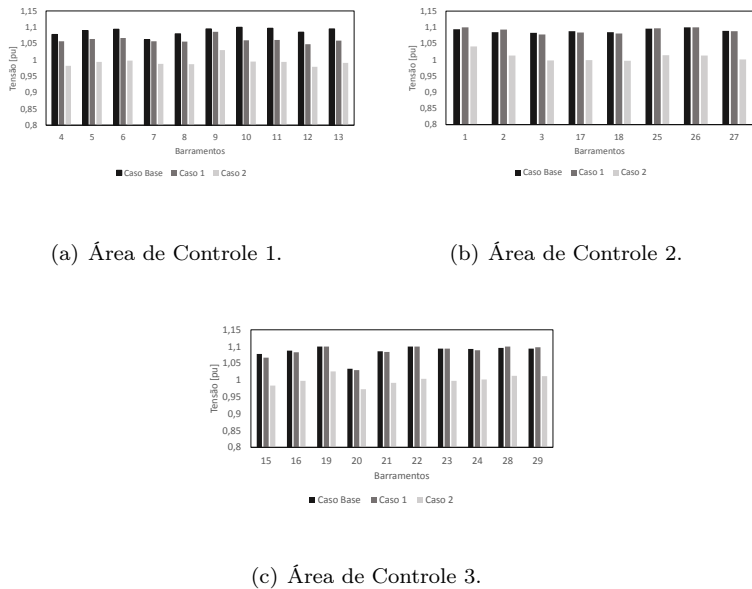


Figura 5.11 – PT nas Áreas de Controle - New England 39 Barras.

5.5.2 Análise da Geração de Potência Reativa

A *Geração de Potência Reativa (GPR)* e os *Fatores de Participação Relativos (FPR)* para os três casos de estudo são mostrados na Figura 5.12. As unidades geradoras encontram-se agrupadas conforme as áreas de controle. A barra de referência do sistema corresponde ao barramento 31 que possui a unidade geradora **Ger31**.

Da análise do *Caso Base*, observa-se que o despacho de potência reativa é realizado com distintos FPR. Por exemplo, na área de controle 1, as unidades geradoras **Ger31**, **Ger32** e **Ger39** possuem distintos FPR. A mesma situação é observado na área de controle 2, com as unidades **Ger30** e **Ger37**, e na área de controle 3, com as unidades **Ger33**, **Ger34**, **Ger35**, **Ger36** e **Ger38**. Este cenário de operação faz uso das reservas de potência reativa de uma forma não muito adequada, caracterizando níveis elevados de tensão, conforme foi visto na Figura 5.10.

Em contrapartida, no *Caso 1* e no *Caso 2*, quando incluídos as restrições do CST, observa-se uma melhor distribuição das reservas de potência reativa nas diversas áreas de controle, sendo observado um melhor perfil de tensão

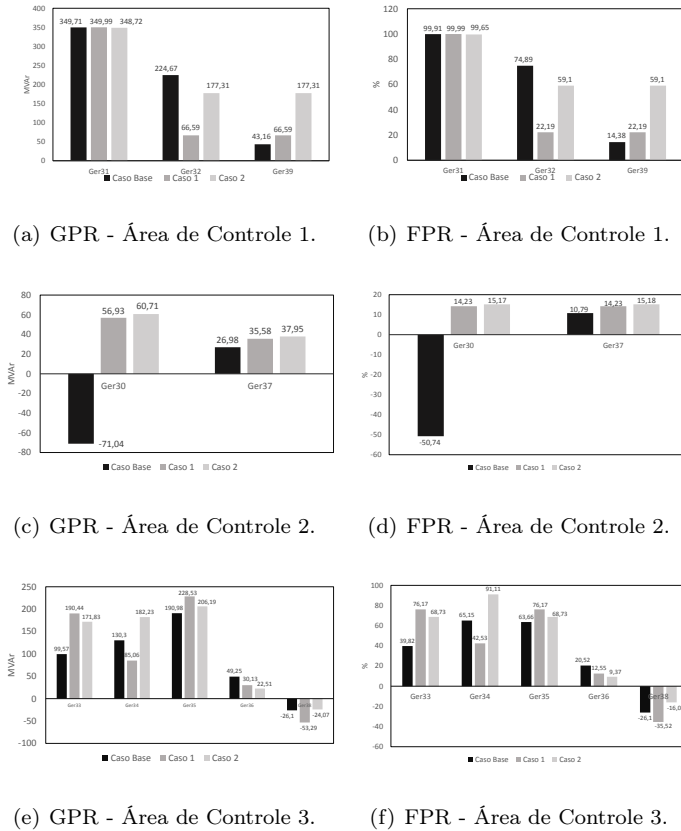


Figura 5.12 – GPR e FPR - New England 39 Barras.

no sistema. Assim, na área de controle 1, as unidades **Ger32** e **Ger39** que participam do CST possuem mesmo FPR. Mesma situação observa-se na área de controle 2, onde as unidades **Ger30** e **Ger37** participantes do CST possuem mesmo FPR. Na área de controle 3, as unidades **Ger33** e **Ger35** participantes do CST possuem também mesmo FPR. Entretanto, as unidades **Ger34**, **Ger36** e **Ger38** presentes na área de controle 3 e que não participam do CST, suministram potência reativa com diferentes FPR.

5.5.3 Análise da Reserva de Potência Reativa

A *Reserva de Potência Reativa (RPR)* é verificado a partir da *Geração Líquida de Potência Reativa (GLPR)* nas áreas de controle e no sistema.

A Figura 5.13a mostra a GLPR no sistema. Verifica-se que o *Caso Base* é o cenário com melhor RPR quando analisado de forma sistêmica, porem representa o caso com pior regulação de tensão, caracterizando falta de suporte de reativos.

A Figura 5.13b mostra a GLPR para cada área de controle. Da análise do *Caso Base*, observa-se que existe uma distribuição de potência reativa não uniforme entre as diversas áreas de controle, provocando níveis elevados de tensão.

Por outro lado, no *Caso 1* e no *Caso 2*, a distribuição da reserva de potência reativa é melhorada nas áreas de controle, causando níveis de tensão mais adequado no sistema.

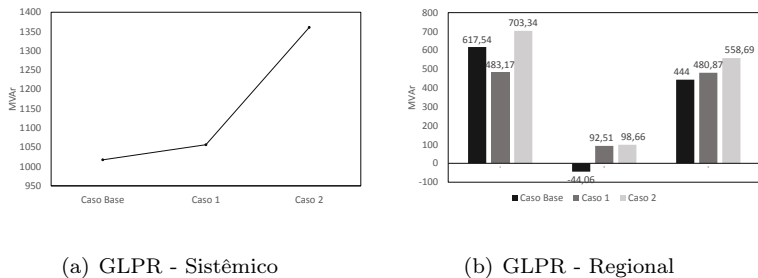


Figura 5.13 – GLPR - New England 39 Barras.

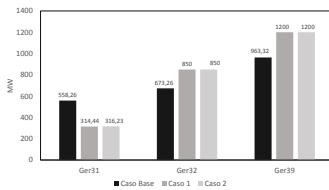
5.5.4 Análise de Geração de Potência Ativa

A Figura 5.14 apresenta a *Geração de Potência Ativa (GPA)* e os *Fatores de Participação (FPA)* das unidades geradoras conforme as áreas de controle. A demanda de potência ativa solicitada pelo sistema é de 6097.50 MW.

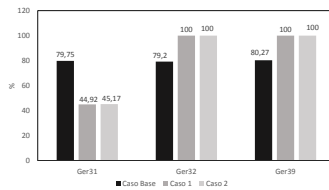
O *Caso Base* mostra que as unidades geradoras suministram potência ativa conforme suas capacidades nominais de geração, possuindo FPA muito próximos, caracterizando um despacho de potência ativa razoável em termos de operação do sistema. Por exemplo, na área de controle 1, todas as unidades geradoras possuem despacho de potência ativa com FPA muito próximos, enquanto que na área de controle 2 e 3 a mesma situação é verificada. Apenas a unidade **Ger35**, presente na área de controle 3, apresenta um FPA diferente das outras unidades geradoras.

Esta forma de despacho de potência ativa é devido ao fator de ponderação definida na função objetivo, propiciando uma forma de distribuição de potência ativa considerando as capacidades nominais de geração de cada unidade geradora no sistema.

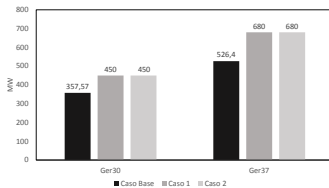
Para o *Caso 1* e *Caso 2*, observam-se FPA de 100% nas unidades geradoras participantes do CST, caracterizando suprimento de potência ativa no limite máximo de geração. Assim, o processo de otimização atribui maiores pesos nestas unidades. Como consequência, incrementos nas perdas elétricas são observados.



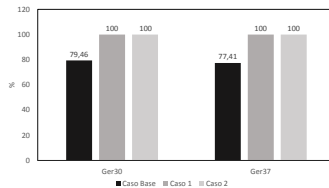
(a) GPA - Área de Controle 1



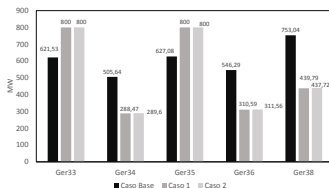
(b) FPA - Área de Controle 1



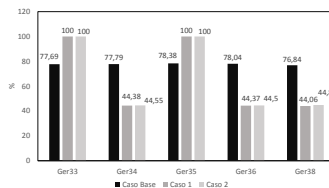
(c) GPA - Área de Controle 2



(d) FPA - Área de Controle 2



(e) GPA - Área de Controle 3



(f) FPA - Área de Controle 3

Figura 5.14 – GPA e FPA - New England 39 Barras.

5.5.5 Análise das Perdas Elétricas

A Figura 5.15 mostra as *Perdas Elétricas na Transmissão (PET)* para os três casos de estudo. Como pode ser observado, existe um incremento das perdas elétricas quando incluídos as restrições de CST, sendo o *Caso 2* o caso que apresenta maiores perdas.

O aumento das perdas elétricas é devido ao fato das unidades geradoras participantes do CST operarem na sua limite máximo de geração de potência ativa, conforme visto anteriormente.

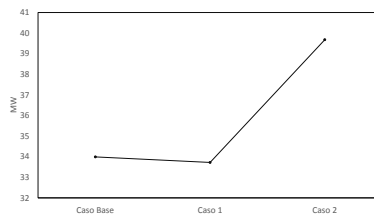


Figura 5.15 – PET - New England 39 Barras.

5.5.6 Análise da Função Objetivo

O valor final da função objetivo para os três casos de estudo é mostrado na Figura 5.16. Observa-se que no *Caso Base*, o valor final da função objetivo é de 24,05 unidades. Já no *Caso 1* e *Caso 2*, o valor final da função objetivo é próximo de 3,0 unidades para ambos casos. A inclusão das restrições de CST possibilita menores desvios no despacho de potência ativa em relação à geração de potência ativa pre-especificada inicialmente.

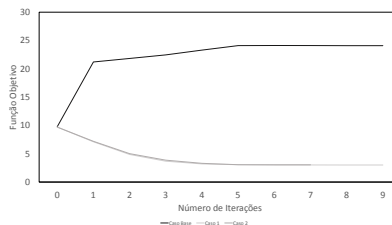


Figura 5.16 – Valores da Função objetivo - New England 39 Barras.

5.5.7 Comentários Finais

Nesta seção foram apresentados os resultados obtidos do sistema *New England 39 barras*. Verificou-se que a inclusão das restrições de CST provoca melhores níveis de tensão nas áreas de controle e no sistema. Isto é possível devido ao fato das reservas de potência reativa serem melhor distribuídos nas diversas áreas de controle do sistema. Entretanto, neste sistema em específico, o problema de otimização atribuiu despachos de potência ativa elevados nas unidades geradoras que participam do CST, causando aumentos nas perdas elétricas quando comparado ao *Caso Base*.

A decisão de manter o módulo da tensão fixo nas barras piloto (PQV) e barras de geração (PV) produz melhores níveis de tensão no sistema. Entretanto, incrementos nas perdas elétricas podem ser observados.

6 Conclusões

Neste capítulo são discutidos as principais conclusões dos resultados obtidos nos sistemas testes *IEEE 30 barras* e *New England 39 barras* conforme apresentado no capítulo 5. Posteriormente são sugeridos algumas propostas para trabalhos futuros.

6.1 Considerações Finais

Um dos fatores fundamentais para operação segura e econômica de um sistema elétrico refere-se a manutenção do perfil de tensão. Uma forma de melhorar o perfil de tensão do sistema é através da implementação de esquemas de CST, evitando assim condições de operação próximos dos limites máximos permitidos, conforme foi observado nos sistemas que operam sem esquemas de CST.

A escolha correta das barras piloto é fundamental para um bom desempenho do CST. Através das mesmas é possível manter perfis adequados nas diversas áreas de controle e em consequência no sistema. É recomendado que as barras piloto fiquem próximos das unidades geradoras com maior capacidade de fornecimento de potência reativa, sendo possível o controle de tensão através do suministro e/ou absorção da potência reativa.

Para o sistema teste *IEEE 30 Barras*, as principais conclusões foram:

- Em relação a manutenção do perfil de tensão e redução das perdas elétricas todos os casos com CST apresentaram melhor desempenho quando comparado ao caso sem CST.
- As reservas de potência reativa foram melhor distribuídas nas áreas de controle quando o sistema passou a operar sob esquemas de CST, caracterizando níveis mais adequado de tensão em todo o sistema.
- A inclusão das restrições de CST possibilita menores desvios de potência ativa na função objetivo, caracterizando uma condição muito próxima da condição previamente especificada.

- Devido a escolha do fator de ponderação em particular, é verificado que existe uma tendência das unidades geradoras suprirem potência ativa considerando às capacidades nominais de geração. Este fato é melhor observado na ausência das restrições de CST.
- Manter o módulo da tensão constante nas barras piloto (PQV) caracteriza menores perdas elétricas no sistema, porém o perfil de tensão do sistema é levemente alterado.

Em contrapartida, do sistema *New England 39 barras* obtiveram-se as seguintes conclusões:

- Em relação a manutenção do perfil de tensão todos os casos com CST apresentaram melhor desempenho quando comparado ao caso sem CST.
- As perdas elétricas na transmissão viram-se incrementadas quando incluídos as restrições de CST. Isto deve-se as unidades geradoras participantes do CST operarem no limite máximo de geração de potência ativa.
- As reservas de potência reativa foram melhor distribuídas nas diversas áreas de controle quando considerados as restrições de CST, propiciando melhores níveis de tensão no sistema.
- A inclusão das restrições de CST possibilita menores desvios de potência ativa na minimização da função objetivo, caracterizando uma condição muito próxima da condição previamente especificada.
- Devido a escolha do fator de ponderação, existe uma tendência das unidades geradoras suprirem potência ativa considerando às capacidades nominais de geração. Este fato foi melhor observado na condição de operação sem restrições de CST.
- Manter o módulo da tensão constante nas barras piloto (PQV) e barras de geração (PV) caracteriza maiores perdas elétricas no sistema, porém o perfil de tensão do sistema é levemente melhorado.

6.2 Sugestões de Trabalhos Futuro

O estudo apresentado nesta dissertação pode ser utilizado como base para novas pesquisas na área de controle de tensão e potência reativa. Dentre as possíveis linhas que carecem melhorias e de uma investigação mais aprofundada, pode-se sugerir os seguintes temas:

- Considerar como variáveis de otimização os transformadores com taps variável de forma a avaliar o novo comportamento do sistema elétrico.

- Definir novos índices de desempenho considerando restrições de CST.
- Incluir a geração de potência ativa das barras de regulação como variáveis de otimização.
- Escolher fator de ponderação unitário no MDQPAP de forma a avaliar o impacto nos resultados obtidos.
- Escolher uma distribuição de potência ativa pré-especificada no MDQPAP diferente do valor nulo.
- Incluir outros dispositivos de controle de tensão como dispositivos FACTs como unidades participantes do CST.

Referências

- [1] Carlos Alvarez, José Luis Navarro, and Javier Vargas Marín. Manejo de reserva de potencia reactiva mediante un sistema de control jerárquico distribuido. 2011.
- [2] Luciano Vitoria Barboza. Análise do máximo carregamento de sistemas de potência via métodos de pontos interiores. 1997.
- [3] Claudio A Canizares, Claudio Cavallo, Massimo Pozzi, and Sandro Corsi. Comparing secondary voltage regulation and shunt compensation for improving voltage stability and transfer capability in the italian power system. *Electric Power Systems Research*, 73(1):67–76, 2005.
- [4] Edgardo Daniel Castronuovo. Solução de fluxo de potência ótimo via método de pontos interiores, com aplicação de computação de alto desempenho. 1997.
- [5] Luciano Moreira Coelho et al. Estudo de métodos não lineares de pontos interiores aplicados a problemas de fluxo de potência ótimo. 2007.
- [6] A Conejo and MJ Aguilar. Secondary voltage control: Nonlinear selection of pilot buses, design of an optimal control law, and simulation results. *IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution*, 145(1):77–81, 1998.
- [7] Sandro Corsi. The secondary voltage regulation in italy. In *Power Engineering Society Summer Meeting, 2000. IEEE*, volume 1, pages 296–304. IEEE, 2000.
- [8] Sandro Corsi, Massimo Pozzi, Carlo Sabelli, and Antonio Serrani. The coordinated automatic voltage control of the italian transmission grid-part i: reasons of the choice and overview of the consolidated hierarchical system. *IEEE Transactions on Power*

- Systems*, 19(4):1723–1732, 2004.
- [9] RJG Corrêa da Silva, B Isaías L Lopes, AC Zambroni de Souza, Grupo de Engenharia de Sistemas-GESis, Itaipu Binacional-OPSE DT, and Foz do Iguaçu-PR-BRASIL. *Impedância de Compensação de Queda de Tensão em Controles Conjuntos de Tensão de Usinas—Uma Forma de Controle Secundário de Tensão Descentralizado*. PhD thesis, Tese de D. Sc., UNIFEI, Itajubá, 2007.
- [10] Valério Oscar de Albuquerque. Controle coordenado de tensão e potência reativa. 2002.
- [11] Roberto de Souza Salgado. Aspectos estáticos do controle de sistemas de potência. In *2009 Florianópolis*, pages 1–133. UFSC, 2009.
- [12] AG Exposito, AJ Conejo, and C Canizares. Sistemas de energia elétrica. *Rio de Janeiro: LTC*, 2011.
- [13] Camilo B Gomes, Nelson Martins, Glauco N Taranto, Júlio CR Ferraz, and Marcelos G Santos. Estudos preliminares da aplicação de controle coordenado de tensão na área rio. *VIII SE-POPE*, 19, 2002.
- [14] Valentin Ilea, Cristian Bovo, Marco Merlo, Alberto Berizzi, and Mircea Eremia. Reactive power flow optimization in the presence of secondary voltage control. In *PowerTech, 2009 IEEE Bucharest*, pages 1–8. IEEE, 2009.
- [15] Valentin Ilea, Cristian Bovo, Marco Merlo, Alberto Berizzi, and Paolo Maranninob. Reactive power flow optimization in power systems with hierarchical voltage control. *world*, 1:3, 2011.
- [16] Prabha Kundur, John Paserba, Venkat Ajjarapu, Göran Andersson, Anjan Bose, Claudio Canizares, Nikos Hatziargyriou, David Hill, Alex Stankovic, Carson Taylor, et al. Definition and classification of power system stability ieee/cigre joint task force on stability terms and definitions. *IEEE transactions on Power Systems*, 19(3):1387–1401, 2004.

- [17] H Lefebvre, D Fragnier, JY Boussion, P Mallet, and M Bulot. Secondary coordinated voltage control system: feedback of edf. In *Power Engineering Society Summer Meeting, 2000. IEEE*, volume 1, pages 290–295. IEEE, 2000.
- [18] O Alizadeh Mousavi and Rachid Cherkaoui. Literature survey on fundamental issues of voltage and reactive power control. *Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne: Lausanne, Switzerland*, 2011.
- [19] Rafael Kubiça Pavão. Avaliação de uma estratégia de controle secundário de tensão utilizando seleção de barras piloto e áreas de controle através de lógica fuzzy. 2006.
- [20] Dragan S Popović. Impact of secondary voltage control on voltage stability. *Electric power systems research*, 40(1):51–62, 1997.
- [21] Glaucio N Taranto, N Martins, DM Falcão, and ACB Martins. Controle secundário de tensão, suas vantagens e limitações. resultados hipotéticos de sua utilização na área rio. *XV SNPTTE*, 1999.
- [22] GN Taranto, N Martins, DM Falcao, ACB Martins, and MG Dos Santos. Benefits of applying secondary voltage control schemes to the brazilian system. In *Power Engineering Society Summer Meeting, 2000. IEEE*, volume 2, pages 937–942. IEEE, 2000.
- [23] Jorge C Vaschetti, Fernando Magnago, and Víctor H Sauchelli. Control automático de voltaje en sistemas eléctricos de potencia basado en sistemas expertos. *Información tecnológica*, 23(5):69–84, 2012.
- [24] Jorge Carlos Vaschetti. Control en tiempo real del sistema eléctrico de potencia mediante técnicas de inteligencia artificial. 2013.
- [25] H Vu, P Pruvot, C Launay, and Y Harmand. An improved voltage control on large-scale power system. *IEEE transactions on power systems*, 11(3):1295–1303, 1996.

APÊNDICE A

Sistema IEEE 30 Barras - Dados do Sistema

Tabela A.1 – Dados de Linhas - IEEE 30 Barras

Dados do Sistema IEEE 30 Barras								
Dados de Linha de Transmissão								
De	Para	Circuito	R	X	C	a	amin	amax
1	2	1	1.920	5.750	5.280	0.000	0.000	0.000
1	3	1	4.520	16.52	4.080	0.000	0.000	0.000
2	4	1	5.700	17.37	3.680	0.000	0.000	0.000
3	4	1	1.320	3.790	0.840	0.000	0.000	0.000
2	5	1	4.720	19.83	4.180	0.000	0.000	0.000
2	6	1	5.810	17.63	3.740	0.000	0.000	0.000
4	6	1	1.190	4.140	0.900	0.000	0.000	0.000
5	7	1	4.600	11.60	2.040	0.000	0.000	0.000
6	7	1	2.670	8.200	1.700	0.000	0.000	0.000
6	8	1	1.200	4.200	0.900	0.000	0.000	0.000
6	9	1	0.000	20.80	0.000	0.978	0.900	1.100
6	10	1	0.000	55.60	0.000	0.969	0.900	1.100
9	11	1	0.000	20.80	0.000	0.000	0.000	0.000
9	10	1	0.000	11.00	0.000	0.000	0.000	0.000
4	12	1	0.000	25.60	0.000	0.932	0.900	1.100
12	13	1	0.000	14.00	0.000	0.000	0.000	0.000
12	14	1	12.31	25.59	0.000	0.000	0.000	0.000
12	15	1	6.620	13.04	0.000	0.000	0.000	0.000
12	16	1	9.450	19.87	0.000	0.000	0.000	0.000
14	15	1	22.10	19.97	0.000	0.000	0.000	0.000
16	17	1	5.240	19.23	0.000	0.000	0.000	0.000
15	18	1	10.73	21.85	0.000	0.000	0.000	0.000
18	19	1	6.390	12.92	0.000	0.000	0.000	0.000
19	20	1	3.400	6.800	0.000	0.000	0.000	0.000
10	20	1	9.360	20.90	0.000	0.000	0.000	0.000
10	17	1	3.240	8.450	0.000	0.000	0.000	0.000
10	21	1	3.480	7.490	0.000	0.000	0.000	0.000
10	22	1	7.270	14.99	0.000	0.000	0.000	0.000
21	22	1	1.160	2.360	0.000	0.000	0.000	0.000
15	23	1	10.00	20.20	0.000	0.000	0.000	0.000
22	24	1	11.50	17.90	0.000	0.000	0.000	0.000
23	24	1	13.20	27.00	0.000	0.000	0.000	0.000
24	25	1	18.85	32.92	0.000	0.000	0.000	0.000
25	26	1	25.44	38.00	0.000	0.000	0.000	0.000
25	27	1	10.93	20.87	0.000	0.000	0.000	0.000
28	27	1	0.000	39.60	0.000	0.968	0.900	1.100
27	29	1	21.98	41.53	0.000	0.000	0.000	0.000
27	30	1	32.02	60.27	0.000	0.000	0.000	0.000
29	30	1	23.99	45.33	0.000	0.000	0.000	0.000
8	28	1	6.360	20.00	4.280	0.000	0.000	0.000
6	28	1	1.690	5.990	1.300	0.000	0.000	0.000

Tabela A.2 – Dados dos Geradores - IEEE 30 Barras

Dados do Sistema IEEE 30 Barras						
Dados de Barra						
Barra	Qgmin	Qgmax	Pd	Qd	Shunt	Area
1	-100	100	0	0	0	1
2	-50	50	21.70	12.70	0	1
3	0	0	2.40	1.20	0	1
4	0	0	7.60	1.60	0	1
5	-50	50	94.20	19.00	0	2
6	0	0	0	0	0	2
7	0	0	22.80	10.90	0	2
8	-50	50	30.00	30.00	0	3
9	0	0	0	0	0	2
10	0	0	5.80	2.00	19	2
11	-50	50	0	0	0	2
12	0	0	11.20	7.50	0	1
13	-30	30	0	0	0	1
14	0	0	6.20	1.60	0	1
15	0	0	8.20	2.50	0	1
16	0	0	3.50	1.80	0	2
17	0	0	9.00	5.80	0	2
18	0	0	3.20	0.90	0	2
19	0	0	9.50	3.40	0	2
20	0	0	2.20	0.70	0	2
21	0	0	17.50	11.20	0	2
22	0	0	0	0	0	2
23	0	0	3.20	1.60	0	1
24	0	0	8.70	6.70	0	3
25	0	0	0	0	0	3
26	0	0	3.50	2.30	0	3
27	0	0	0	0	0	3
28	0	0	0	0	0	3
29	0	0	2.40	0.90	0	3
30	0	300.0	10.60	1.90	0	3

Tabela A.3 – Dados de Barras - IEEE 30 Barras I

Dados do Sistema IEEE 30 Barras					
Dados de Barra					
Barra	Tipo	V	ang	Pg	Qg
1	2	1.050	0	200.0	-16.10
2	4	1.030	0	50.00	50.00
3	3	1.015	0	0.000	0
4	0	1.006	0	0.000	0
5	4	1.020	0	50.00	37.00
6	0	1.010	0	0.000	0
7	3	1.002	0	0.000	0
8	4	1.000	0	40.00	37.30
9	0	1.051	0	0.000	0
10	0	1.032	0	0.000	0
11	4	1.050	0	30.00	16.20
12	0	1.041	0	0.000	0
13	4	1.052	0	0.000	10.60
14	0	1.025	0	0.000	0
15	0	1.038	0	0.000	0
16	0	1.045	0	0.000	0
17	0	1.025	0	0.000	0
18	0	1.028	0	0.000	0
19	0	1.026	0	0.000	0
20	0	1.030	0	0.000	0
21	0	1.033	0	0.000	0
22	3	1.033	0	0.000	0
23	0	1.027	0	0.000	0
24	0	1.021	0	0.000	0
25	0	1.017	0	0.000	0
26	3	0.987	0	0.000	0
27	0	1.023	0	0.000	0
28	0	1.007	0	0.000	0
29	0	1.003	0	0.000	0
30	0	0.992	0	0.000	0

Tabela A.4 – Dados de Barras IEEE 30 Barras II

Dados do Sistema IEEE 30 Barras				
Limites				
Barra	Vmin	Vmax	Pgmin	Pgmax
1	0.90	1.155	0.000	300.0
2	0.90	1.155	0.000	100.0
3	0.90	1.155	0.000	0.000
4	0.90	1.155	0.000	0.000
5	0.90	1.155	0.000	100.0
6	0.90	1.155	0.000	0.000
7	0.90	1.155	0.000	0.000
8	0.90	1.155	0.000	100.0
9	0.90	1.155	0.000	0.000
10	0.90	1.155	0.000	0.000
11	0.90	1.155	0.000	100.0
12	0.90	1.155	0.000	0.000
13	0.90	1.155	0.000	0.000
14	0.90	1.155	0.000	0.000
15	0.90	1.155	0.000	0.000
16	0.90	1.155	0.000	0.000
17	0.90	1.155	0.000	0.000
18	0.90	1.155	0.000	0.000
19	0.90	1.155	0.000	0.000
20	0.90	1.155	0.000	0.000
21	0.90	1.155	0.000	0.000
22	0.90	1.155	0.000	0.000
23	0.90	1.155	0.000	0.000
24	0.90	1.155	0.000	0.000
25	0.90	1.155	0.000	0.000
26	0.90	1.155	0.000	0.000
27	0.90	1.155	0.000	0.000
28	0.90	1.155	0.000	0.000
29	0.90	1.155	0.000	0.000
30	0.90	1.155	0.000	0.000

APÊNDICE B

Sistema New England 39 Barras - Dados do Sistema

Tabela B.1 – Dados de Linhas New England 39 Barras

DADOS DO SISTEMA NEW ENGLAND 39 BARRAS								
Dados de Linha de Transmissão								
De	Para	Circuito	R	X	C	a	amin	amax
1	2	1	0.350	4.110	69.87	0.000	0.000	0.000
1	39	1	0.100	2.500	75.00	0.000	0.000	0.000
2	3	1	0.130	1.510	25.72	0.000	0.000	0.000
2	25	1	0.700	0.860	14.60	0.000	0.000	0.000
3	4	1	0.130	2.130	22.14	0.000	0.000	0.000
3	18	1	0.110	1.330	21.38	0.000	0.000	0.000
4	5	1	0.080	1.280	13.42	0.000	0.000	0.000
4	14	1	0.080	1.29	13.82	0.000	0.000	0.000
5	6	1	0.020	0.260	4.340	0.000	0.000	0.000
5	8	1	0.080	1.120	14.76	0.000	0.000	0.000
6	7	1	0.060	0.920	11.30	0.000	0.000	0.000
6	11	1	0.070	0.820	13.89	0.000	0.000	0.000
7	8	1	0.040	0.460	7.800	0.000	0.000	0.000
8	9	1	0.230	3.600	38.04	0.000	0.000	0.000
9	39	1	0.100	2.50	120.0	0.000	0.000	0.000
10	11	1	0.040	0.430	7.290	0.000	0.000	0.000
10	13	1	0.040	0.430	7.290	0.000	0.000	0.000
13	14	1	0.090	1.010	17.23	0.000	0.000	0.000
14	15	1	0.180	2.170	36.60	0.000	0.000	0.000
15	16	1	0.090	0.940	17.10	0.000	0.000	0.000
16	17	1	0.070	0.890	13.42	0.000	0.000	0.000
16	19	1	0.160	1.950	30.40	0.000	0.000	0.000
16	21	1	0.080	1.350	25.48	0.000	0.000	0.000
16	24	1	0.030	0.590	6.800	0.000	0.000	0.000
17	18	1	0.070	0.820	13.19	0.000	0.000	0.000
17	27	1	0.130	1.730	32.16	0.000	0.000	0.000
21	22	1	0.080	1.400	25.65	0.000	0.000	0.000
22	23	1	0.060	0.960	18.46	0.000	0.000	0.000
23	24	1	0.220	3.500	36.10	0.000	0.000	0.000
25	26	1	0.320	3.230	51.30	0.000	0.000	0.000
26	27	1	0.140	1.470	23.96	0.000	0.000	0.000
26	28	1	0.430	4.740	78.02	0.000	0.000	0.000
26	29	1	0.570	6.250	102.90	0.000	0.000	0.000
28	29	1	0.140	1.510	24.90	0.000	0.000	0.000
12	11	1	0.160	4.350	0.000	1.006	0.900	1.100
12	13	1	0.160	4.350	0.000	1.006	0.900	1.100
6	31	1	0.000	2.500	0.000	1.070	0.900	1.100
10	32	1	0.000	2.000	0.000	1.070	0.900	1.100
19	33	1	0.070	1.420	0.000	1.070	0.900	1.100
20	34	1	0.090	1.800	0.000	1.009	0.900	1.100
22	35	1	0.000	1.430	0.000	1.025	0.900	1.100
23	36	1	0.050	2.720	0.000	1.000	0.900	1.100
25	37	1	0.060	2.320	0.000	1.025	0.900	1.100
2	30	1	0.000	1.81	0.000	1.025	0.900	1.100
29	38	1	0.080	1.560	0.000	1.025	0.900	1.100
19	20	1	0.070	1.380	0.000	1.060	0.900	1.100

Tabela B.2 – Dados dos Geradores New England 39 Barras

DADOS DO SISTEMA NEW ENGLAND 39 BARRAS						
Dados de Barra						
Barra	Qgmin	Qgmax	Pd	Qd	Shunt	Area
1	0	0	0	0	0	2
2	0	0	0	0	0	2
3	0	0	322.0	2.4	0	2
4	0	0	500.0	184.0	0	1
5	0	0	0	0	0	1
6	0	0	0	0	0	1
7	0	0	233.8	84.0	0	1
8	0	0	522.0	176.0	0	1
9	0	0	0	0	0	1
10	0	0	0	0	0	1
11	0	0	0	0	0	1
12	0	0	7.50	88.0	0	1
13	0	0	0	0	0	1
14	0	0	0	0	0	1
15	0	0	320.0	153.0	0	3
16	0	0	329.4	32.3	0	3
17	0	0	0	0	0	2
18	0	0	158.0	30.0	0	2
19	0	0	0	0	0	3
20	0	0	628.0	103.0	0	3
21	0	0	274.0	115.0	0	3
22	0	0	0	0	0	3
23	0	0	247.0	84.6	0	3
24	0	0	308.6	-92.0	0	3
25	0	0	224.0	47.2	0	2
26	0	0	139.0	17.0	0	2
27	0	0	281.0	75.5	0	2
28	0	0	206.0	27.6	0	3
29	0	0	283.5	26.9	0	3
30	-140.0	400.0	0	0	0	2
31	-100.0	350.0	9.2	4.6	0	1
32	-150.0	300.0	0	0	0	1
33	-150.0	250.0	0	0	0	3
34	-120.0	200.0	0	0	0	3
35	-100.0	300.0	0	0	0	3
36	-140.0	240.0	0	0	0	3
37	-150.0	250.0	0	0	0	2
38	-150.0	300.0	0	0	0	3
39	-100.0	300.0	1104.0	250.0	0	1

Tabela B.3 – Dados de Barras New England 39 Barras I

DADOS DO SISTEMA NEW ENGLAND 39 BARRAS					
Dados de Barra					
Barra	Tipo	V	ang	Pg	Qg
1	0	1.000	0	0	0
2	0	1.000	0	0	0
3	3	0.998	0	0	0
4	0	1.000	0	0	0
5	0	1.000	0	0	0
6	0	1.000	0	0	0
7	3	0.988	0	0	0
8	0	1.000	0	0	0
9	0	1.000	0	0	0
10	0	1.000	0	0	0
11	0	1.000	0	0	0
12	0	1.000	0	0	0
13	0	1.000	0	0	0
14	0	1.000	0	0	0
15	0	1.000	0	0	0
16	0	1.000	0	0	0
17	0	1.000	0	0	0
18	0	1.000	0	0	0
19	0	1.000	0	0	0
20	0	1.000	0	0	0
21	0	1.000	0	0	0
22	3	1.004	0	0	0
23	0	1.000	0	0	0
24	0	1.000	0	0	0
25	0	1.000	0	0	0
26	0	1.000	0	0	0
27	0	1.000	0	0	0
28	0	1.000	0	0	0
29	0	1.000	0	0	0
30	4	0.993	0	250.0	0
31	2	1.001	0	523.0	0
32	4	0.998	0	650.0	0
33	4	0.995	0	632.0	0
34	1	0.998	0	508.0	0
35	4	1.002	0	650.0	0
36	1	1.002	0	560.0	0
37	4	0.990	0	540.0	0
38	1	0.985	0	830.0	0
39	4	0.997	0	1000.0	0

Tabela B.4 – Dados de Barras New England 39 Barras II

DADOS DO SISTEMA NEW ENGLAND 39 BARRAS				
Limites				
Barra	Vmin	Vmax	Pgmin	Pgmax
1	0.90	1.05	0.000	0.000
2	0.90	1.05	0.000	0.000
3	0.90	1.05	0.000	0.000
4	0.90	1.05	0.000	0.000
5	0.90	1.05	0.000	0.000
6	0.90	1.05	0.000	0.000
7	0.90	1.05	0.000	0.000
8	0.90	1.05	0.000	0.000
9	0.90	1.05	0.000	0.000
10	0.90	1.05	0.000	0.000
11	0.90	1.05	0.000	0.000
12	0.90	1.05	0.000	0.000
13	0.90	1.05	0.000	0.000
14	0.90	1.05	0.000	0.000
15	0.90	1.05	0.000	0.000
16	0.90	1.05	0.000	0.000
17	0.90	1.05	0.000	0.000
18	0.90	1.05	0.000	0.000
19	0.90	1.05	0.000	0.000
20	0.90	1.05	0.000	0.000
21	0.90	1.05	0.000	0.000
22	0.90	1.05	0.000	0.000
23	0.90	1.05	0.000	0.000
24	0.90	1.05	0.000	0.000
25	0.90	1.05	0.000	0.000
26	0.90	1.05	0.000	0.000
27	0.90	1.05	0.000	0.000
28	0.90	1.05	0.000	0.000
29	0.90	1.05	0.000	0.000
30	0.90	1.05	0.000	450.0
31	0.90	1.05	0.000	700.0
32	0.90	1.05	0.000	850.0
33	0.90	1.05	0.000	800.0
34	0.90	1.05	0.000	650.0
35	0.90	1.05	0.000	800.0
36	0.90	1.05	0.000	700.0
37	0.90	1.05	0.000	680.0
38	0.90	1.05	0.000	980.0
39	0.90	1.05	0.000	1200.0

APÊNDICE C

Métodos de Pontos Interiores para Solução de FPO

De forma geral, o problema de fluxo de potência ótimo pode ser formulado como [4]:

$$\begin{aligned}
 &\text{Min} \quad f(x) \\
 &\text{Sujeito a:} \quad g(x) = 0 \\
 &\quad \quad \quad h(x)^{min} \leq h(x) \leq h(x)^{max}
 \end{aligned} \tag{C.1}$$

onde,

$f(x)$ é a função objetivo a ser otimizada, ou índice a ser otimizado, $f(x) \in \mathbb{R}$.

$g(x)$ é o vetor que representa as restrições de igualdade, sendo formado pelas equações dos resíduos de potência ativa e reativa, $g(x) \in \mathbb{R}^m$.

x é o vetor das variáveis de decisão, podendo apresentar limites mínimos e máximos, $x \in \mathbb{R}^q$.

$h(x)$ é o vetor que contém as restrições operacionais do sistema, com seus limites mínimos e máximo, respectivamente, h^{min} e h^{max} , $h(x) \in \mathbb{R}^p$.

Aplicando o método de Pontos Interiores ao problema de fluxo de potência ótimo apresentando na equação C.1, este transforma-se em:

$$\text{Min } f(x) - \mu \left(\sum_i \ln s_{l_i} + \sum_i \ln s_{u_i} \right)$$

$$\text{Sujeito a: } h(x) - s_l = h^{min} \quad (\text{C.2})$$

$$h(x) + s_u = h^{max} \quad (\text{C.3})$$

$$s_l, s_u \geq 0 \quad (\text{C.4})$$

Para este problema de otimização modificado, a função lagrangeana resultante é:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(x, s_l, s_u, \lambda, \pi_l, \pi_u) = & f(x) - \mu \left(\sum_i \ln s_{l_i} + \sum_i \ln s_{u_i} \right) - \\ & \lambda^t g(x) - \pi_l^t [h(x) - s_l - h^{min}] - \pi_u^t [h(x) + s_u - h^{max}] \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

As condições necessárias de otimalidade de primeira ordem para a equação C.2, com $s_l \geq 0$ e $s_u \geq 0$, são:

$$\nabla_x \mathcal{L} = \nabla_x f(x) - [J(x)]^T - [\nabla_x h(x)]^T (\pi_l + \pi_u) = 0 \quad (\text{C.6})$$

$$\nabla_\lambda \mathcal{L} = -g(x) = 0 \quad (\text{C.7})$$

$$\nabla_{\pi_l} \mathcal{L} = h(x) - s_l - h^{min} = 0 \quad (\text{C.8})$$

$$\nabla_{\pi_u} \mathcal{L} = h(x) + s_u - h^{max} = 0 \quad (\text{C.9})$$

$$\nabla_{s_l} \mathcal{L} = \mu e - S_l \pi_l = 0 \quad (\text{C.10})$$

$$\nabla_{s_u} \mathcal{L} = \mu e + S_u \pi_u = 0 \quad (\text{C.11})$$

onde, $J(x)$ é a matriz Jacobiana de $g(x)$ e S_l, S_u são matrizes diagonais em $\mathbb{R}^{p \times p}$ compostas pelos elementos dos vetores s_l e s_u , respectivamente.

Assumindo que as estimativas atuais para as variáveis primais e duais satisfazem:

$$s_l \geq 0, \quad s_u \geq 0 \quad (\text{C.12})$$

$$\pi_l \geq 0, \quad \pi_u \geq 0 \quad (\text{C.13})$$

$$h(x) - s_l - h^{min} = 0 \quad (\text{C.14})$$

$$h(x) + s_u - h^{max} = 0 \quad (\text{C.15})$$

O sistema de equações não lineares pode ser resolvido pelo método de Newton, e este é composto pelas seguintes equações:

$$W(x, \lambda, \pi_l, \pi_u) \Delta x - [J(x)]^T \Delta \lambda - [\nabla_x h(x)]^T \Delta \pi_l - [\nabla_x h(x)]^T \Delta \pi_u = -t \quad (\text{C.16})$$

$$-J(x) \Delta x = g(x) \quad (\text{C.17})$$

$$\nabla_x h(x) \Delta x - \Delta s_l = -y_l \quad (\text{C.18})$$

$$\nabla_x h(x) \Delta x = \Delta s_u = -y_u \quad (\text{C.19})$$

$$-S_l \Delta \pi_l - \Pi_l \Delta s_l = -v_l \quad (\text{C.20})$$

$$S_u \Delta \pi_u - \Pi_u \Delta s_u = -v_u \quad (\text{C.21})$$

onde,

$$W(x, \lambda, \pi_l, \pi_u) = \nabla_x^2 f(x) - \sum_{i=1}^m \lambda_i \nabla_x^2 g_i(x) - \sum_{j=1}^p (\pi_{l_j} + \pi_{u_j}) \nabla_x^2 h_j(x) \quad (\text{C.22})$$

$\nabla_x^2 f(x)$ é a matriz hessiana da função objetivo $f(x)$.

$\nabla_x^2 g_i(x)$ é a matriz hessiana das restrições de igualdade $g_i(x)$.

$\nabla_x^2 h_j(x)$ é a matriz hessiana das restrições de desigualdade $h_j(x)$.

onde, $i = 1, \dots, m$ e $j = 1, \dots, p$, respectivamente.

$$t = \nabla_x \mathcal{L} \quad (\text{C.23})$$

$$y_l = h(x) - s_l - h^{min} \quad (\text{C.24})$$

$$y_u = h(x) + s_u - h^{max} \quad (\text{C.25})$$

$$v_l = \mu e - S_l \pi_l \quad (\text{C.26})$$

$$v_u = \mu e + S_u \pi_u \quad (\text{C.27})$$

Π_l, Π_u são matrizes diagonais em $\mathbb{R}^{p \times p}$ compostas pelos elementos dos vetores π_l e π_u , respectivamente.

Reescrevendo o conjunto de equações lineares sob a forma matricial, obtêm-se:

$$[W_{sist}] \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \\ \Delta \pi_l \\ \Delta \pi_u \\ \Delta s_l \\ \Delta s_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -t \\ g(x) \\ -[h(x) - s_l - h^{min}] \\ -[h(x) + s_u - h^{max}] \\ -(\mu e - S_l \pi_l) \\ -(\mu e + S_u \pi_u) \end{bmatrix} \quad (C.28)$$

onde,

$$[W_{sist}] = \begin{pmatrix} W(x, \lambda, \pi_l, \pi_u) & -[J(x)]^T & -[\nabla_x h(x)]^T & -[\nabla_x h(x)]^T & 0 & 0 \\ -J(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \nabla_x h(x) & 0 & 0 & 0 & -U & 0 \\ \nabla_x h(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & U \\ 0 & 0 & -S_l & 0 & -\Pi_l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_u & 0 & \Pi_u \end{pmatrix} \quad (C.29)$$

Onde U é a matriz identidade.

Uma vez resolvido o sistema matricial C.28, a p'xima etapa é determinar o comprimento do passo nos espaços primal e dual, de modo que as equações C.12 e C.13 sejam respeitadas. Isto é feito como a seguir:

$$\gamma_p = \min \left[\min_{\Delta s_{l_i} < 0} \frac{s_{l_i}}{|\Delta s_{l_i}|}, \min_{\Delta s_{u_i} < 0} \frac{s_{u_i}}{|\Delta s_{u_i}|}, 1.0 \right] \quad (C.30)$$

$$\gamma_d = \min \left[\min_{\Delta \pi_{l_i} < 0} \frac{\pi_{l_i}}{|\Delta \pi_{l_i}|}, \min_{\Delta \pi_{u_i} > 0} \frac{-\pi_{u_i}}{|\Delta \pi_{u_i}|}, 1.0 \right] \quad (C.31)$$

A nova aproximação para solução ótima é dado por:

$$x = x + \sigma \gamma_p \Delta x \quad (C.32)$$

$$s_l = s_l + \sigma \gamma_p \Delta s_l \quad (C.33)$$

$$s_u = s_u + \sigma \gamma_p \Delta s_u \quad (C.34)$$

$$\lambda = \lambda + \sigma \gamma_d \Delta \lambda \quad (C.35)$$

$$\pi_l = \pi_l + \sigma \gamma_d \Delta \pi_l \quad (C.36)$$

$$\pi_u = \pi_u + \sigma \gamma_d \Delta \pi_u \quad (C.37)$$

onde σ é uma constante que tem por finalidade garantir a interioridade da nova aproximação. Tem-se utilizado o valor de 0.995 para esta constante com bons resultados.

O último passo dentro de cada iteração é recalculer o valor do parâmetro de barreira μ . O cálculo do parâmetro é baseado na programação linear e no decréscimo previsto no gap de dualidade. a sua extensão para a programação não linear é encontrada em x.

$$\mu = \frac{s_l^t \pi_l - s_u^t \pi_u}{2n\beta} \quad (C.38)$$

onde,

- β - é um parâmetro que controla a rapidez com que o parâmetro barreira decresce, sendo especificado pelo usuário.
- n - é o número de variáveis de decisão que possuem limites, acrescido do número de restrições operacionais.

O numerador da expressão corresponde ao gap de complementariedade.

O algoritmo para a resolução de um problema de otimização via Primal-Dual de Pontos Interiores está representado a seguir:

Passo 0 - Inicialização das variáveis.

Passo 1 - Calcular o vetor gradiente da função lagrangeana estendida.

Passo 2 - Testar as condições de convergência. Se os critérios de convergência estão satisfeitos, a solução ótima foi encontrada. Senão, ir para o passo 3.

Passo 3 - Calcular e fatorar a matriz hessiana estendida (W_{sist}).

Passo 4 - Resolver a equação matricial C.28. Os incrementos em todas as variáveis são obtidos.

Passo 5 - Determinar o comprimento de passo nos espaços primal e dual.

Passo 6 - Atualizar todas as variáveis.

Passo 7 - Calcular o novo valor do parâmetro barreira μ . Retornar ao passo 1.

APÊNDICE D

Redução do Sistema Linear

O sistema linear 4.49 pode ser reduzido na sua dimensão pela resolução externa de algumas das suas equações. As expressões extraídas do sistema linear são conhecidas como *equações auxiliares*. Além da redução da ordem do sistema, este procedimento permite obter simetria numérica e estrutural na matriz resultante.

O primeiro grupo de equações auxiliares obtidos do sistema 4.48 é expresso como,

$$\begin{aligned}
 v_{x_u} &= \mu e + S_{x_u} \pi_{x_u} \\
 v_{x_l} &= \mu e - S_{x_l} \pi_{x_l} \\
 v_u &= \mu e + S_u \pi_u \\
 v_l &= \mu e - S_l \pi_l
 \end{aligned} \tag{D.1}$$

Substituindo as novas variáveis D.1 no sistema 4.48, obtemos,

$$\begin{aligned}
 \Pi_{x_u} \Delta s_{x_u} + S_{x_u} \Delta \pi_{x_u} &= -v_{x_u} \\
 -\Pi_{x_l} \Delta s_{x_l} - S_{x_l} \Delta \pi_{x_l} &= -v_{x_l} \\
 \Pi_u \Delta s_u + S_u \Delta \pi_u &= -v_u \\
 -\Pi_l \Delta s_l - S_l \Delta \pi_l &= -v_l
 \end{aligned} \tag{D.2}$$

Por outro lado, o segundo grupo de equações auxiliares obtidos a partir do sistema 4.48 é expresso como,

$$\begin{aligned}
y_{x_u} &= x_h - x_h^{max} + s_{x_u} \\
y_{x_l} &= x_l - x_h^{min} - s_{x_l} \\
y_u &= h(x) - h^{max} + s_u \\
y_l &= h(x) - h^{min} - s_l
\end{aligned} \tag{D.3}$$

Substituindo as novas variáveis D.3 no sistema 4.48, obtemos,

$$\begin{aligned}
-\Delta_{x_h} - \Delta s_{x_u} &= y_{x_u} \\
-\Delta_{x_h} + \Delta s_{x_l} &= y_{x_l} \\
-\nabla_x h(x) \Delta_x - \Delta s_u &= y_u \\
-\nabla_x h(x) \Delta_x + \Delta s_l &= y_l
\end{aligned} \tag{D.4}$$

Re-arranjando o sistema D.4, obtemos,

$$\begin{aligned}
\Delta s_{x_u} &= -y_{x_u} - \Delta_{x_h} \\
\Delta s_{x_l} &= y_{x_l} + \Delta_{x_h} \\
\Delta s_u &= -y_u - \nabla_x h(x) \Delta_x \\
\Delta s_l &= y_l + \nabla_x h(x) \Delta_x
\end{aligned} \tag{D.5}$$

Substituindo o sistema D.5 no sistema D.2, obtemos um novo sistema, sendo expresso como,

$$\begin{aligned}
\Pi_{x_u} [-\Delta_{x_h} - y_{x_u}] + S_{x_u} \Delta \pi_{x_u} &= -v_{x_u} \\
-\Pi_{x_l} [\Delta_{x_h} + y_{x_l}] - S_{x_l} \Delta \pi_{x_l} &= -v_{x_l} \\
\Pi_u [-y_u - \nabla_x h(x) \Delta_x] + S_u \Delta \pi_u &= -v_u \\
-\Pi_l [y_l + \nabla_x h(x) \Delta_x] - S_l \Delta \pi_l &= -v_l
\end{aligned} \tag{D.6}$$

Re-arranjando novamente o sistema D.6, obtemos:

$$\begin{aligned}
\Delta \pi_{x_u} &= S_{x_u}^{-1} [-v_{x_u} + \Pi_{x_u} y_{x_u}] + S_{x_u}^{-1} \Pi_{x_u} \Delta_{x_h} \\
\Delta \pi_{x_l} &= S_{x_l}^{-1} [v_{x_l} - \Pi_{x_l} y_{x_l}] - S_{x_l}^{-1} \Pi_{x_l} \Delta_{x_h} \\
\Delta \pi_u &= S_u^{-1} [-v_u + \Pi_u y_u] + S_u^{-1} \Pi_u \nabla_x h(x) \Delta_x \\
\Delta \pi_l &= S_l^{-1} [v_l - \Pi_l y_l] - S_l^{-1} \Pi_l \nabla_x h(x) \Delta_x
\end{aligned} \tag{D.7}$$

Da substituição do sistema D.7 na primeira equação do sistema 4.48, é obtido,

$$\begin{aligned}
 H\Delta_x - \nabla_x g(x)^t (\Delta\lambda) - \{ \nabla_x h(x)^t (S_u^{-1}\Pi_u - S_l^{-1}\Pi_l) \Delta_x h(x) \} \Delta_x - \\
 \nabla_x h(x)^t \{ S_u^{-1}(-v_u + \Pi_u y_u) + S_l^{-1}(v_l - \Pi_l y_l) \} - \\
 (S_{x_u}^{-1}\Pi_{x_u} - S_{x_l}^{-1}\Pi_{x_l}) \Delta_{x_h} - \{ S_{x_u}^{-1}(-v_{x_u} + \Pi_{x_u} y_u) + S_{x_l}^{-1}(v_{x_l} - \Pi_{x_l} y_l) \} = -t
 \end{aligned} \tag{D.8}$$

Do sistema D.8, é possível definir novas variáveis para efeito de simplificação, os quais são,

$$\begin{aligned}
 \tilde{H} = H - \{ \nabla_x h(x)^t (S_u^{-1}\Pi_u - S_l^{-1}\Pi_l) \Delta_x h(x) \} - \\
 (S_{x_u}^{-1}\Pi_{x_u} - S_{x_l}^{-1}\Pi_{x_l}) \Delta_{x_h}
 \end{aligned} \tag{D.9}$$

e,

$$\begin{aligned}
 \tilde{t} = -t + \nabla_x h(x)^t \{ S_u^{-1}(-v_u + \Pi_u y_u) + S_l^{-1}(v_l - \Pi_l y_l) \} + \\
 \{ S_{x_u}^{-1}(-v_{x_u} + \Pi_{x_u} y_u) + S_{x_l}^{-1}(v_{x_l} - \Pi_{x_l} y_l) \}
 \end{aligned} \tag{D.10}$$

Dessa forma, o novo sistema reduzido é expresso matricilmente como,

$$\begin{bmatrix} \tilde{H} & -J^t \\ J & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \nabla \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{t} \\ g(x) \end{bmatrix} \tag{D.11}$$